

1867. ANNALEN No. 4.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CXXX.

I. *Reflexion und Brechung des Lichts an sphärischen Flächen unter Voraussetzung endlicher Einfallswinkel; von E. Reusch.*

Das Problem der Reflexion und Brechung des Lichts an beliebigen Flächen ist bekanntlich zuerst von Malus¹⁾ in seiner ganzen Allgemeinheit gelöst worden. Seither haben sich der Reihe nach mehrere Mathematiker ersten Rangs eingehend mit demselben Probleme beschäftigt, aber trotzdem ist von den Resultaten dieser Untersuchungen nur äußerst Weniges in die Lehrbücher der Physik übergegangen. Nun liegt es zwar in der Natur der Sache, daß die elementare Physik jene Resultate nicht in ihrer vollen Allgemeinheit zur Anschauung bringen kann, aber anderseits scheint der Zeitpunkt gekommen, wo man auch von einer elementaren geometrischen Optik in dieser Beziehung mehr verlangen muß, als bisher. Ich denke an den Astigmatismus, an die Objective des Mikroskops, des Photographen, an die Linsensysteme des Polarisationsinstruments von Nürnberg, ferner an die Verfolgung eines elementaren Strahlenbüschels durch ein Planglas, einen belegten Glasspiegel, ein Prisma; auf alle hier sich darbietenden Fragen läßt sich keine präzise Antwort geben, so lange man bei der Annahme unendlich kleiner Einfallswinkel stehen bleibt. Beschränkt man sich auf *sphärische* Flächen und auf *zentrisch* einfallende Lichtbüschel d. h. solche, die von einem Punkte ausfahren oder gegen einen Punkt convergiren, so erhält man auch für endliche Einfallswinkel ziemlich einfache anschauliche Sätze, von denen ich glaube, daß sie

1) *Journal de l'école polytechnique Tome VII. 1808.*

Eigenthum der elementaren Optik werden könnten und sollten. Diese Sätze habe ich in einem Universitätsprogramm von 1857 synthetisch abgeleitet und werde mir im Folgenden erlauben, dieselben in möglichster Kürze mitzutheilen.

1. Ueber die tetraëdrische Modification eines centrischen Lichtbüschels durch Reflexion oder Brechung an einem spärischen Elemente.

Unter Voraussetzung unendlich kleiner Einfallswinkel lässt sich zeigen, dass centrisch einfallende Strahlen nach Reflexion oder Brechung an einer Kugel sich wieder in einem Punkte kreuzen d. b. centrisch bleiben. Bilden aber centrische Strahlen endliche Winkel mit den Normalen des Kugelements, so findet diese einfache Beziehung nicht mehr statt; man kann sich aber durch elementare Betrachtungen eine Vorstellung verschaffen von der eigenthümlichen Modification, welche der Lichtbüschel erfährt. In Fig. 1 Taf. VIII sey C der Mittelpunkt der reflectirenden oder brechenden Kugel, L sey der leuchtende Punkt oder allgemeiner das Strahlencentrum, das betrachtete Kugelement liege bei M^1). Zur näheren Bestimmung des Elements betrachten wir die Kugel als Rotationsfläche um CL als Axe und denken uns dasselbe einmal enthalten zwischen zwei unendlich nahen durch m und m' gehenden Parallelkreisen aa' , bb' , dann zwischen zwei unendlich wenig gegen einander geneigten Meridianen ab , $a'b'$. Die Ebene des Papiers entspreche der mittleren Meridianebene; in ihr liegt der mittlere einfallende Strahl LM und der ihm nach einer ersten Reflexion oder Brechung entsprechende Strahl MR . Nun können wir die von L auf das Element fallenden Strahlen auffassen entweder als die Gesammtheit der kegelförmigen Strahlfächer, welche auf alle Parallelkreise von aa' bis bb' auffallen, oder als die Gesammtheit der ebenen und einander gleichen Strahlfächer, welche auf allen Meridianen von ab bis $a'b'$ endi-

1) In der Figur ist nur die Brechung in's Auge gefaßt. Das Element bei M ist der Anschaulichkeit wegen übermäßig groß gezeichnet.

gen. Im ersten Falle entspricht jedem kegelförmigen Fächer ein Brennpunkt auf der Axe LC und es liegen daher alle diese Brennpunkte, sammt dem *Brennpunkte P für die Strahlen des mittleren Parallels*, auf der durch die äußersten Strahlen mp und $m'p'$ bestimmten unendlich kurzen Brennlinie pp' . Diese äußersten Strahlen kreuzen sich aber im Allgemeinen in einem anderen Punkte Q von MR , und es ist Q der *Brennpunkt für die Strahlen des mittleren Meridians*. Die Brennpunkte der Strahlenfächer aller übrigen Meridiane liegen auf einem unendlich kleinen Kreisbogen qq' , der mit seiner Mitte Q senkrecht zur mittleren Einfallsebene steht und dessen Winkelgröße durch den Flächenwinkel der äußersten Meridiane gemessen wird. Hiernach ist die äußere Umgrenzung des Strahlenbüschels zwischen P und Q , oder genauer zwischen den unendlich kleinen Brennlinien pp' und qq' , die eines *Tetraeders* $pp'qq'$, in welchem die Kanten pq , $p'q'$, $p'q$, $p'q'$ von der Ordnung der mittleren Länge PQ , also wie sich zeigen wird, im Allgemeinen endlich sind, und wo die Brennlinien pp' und qq' ein Paar rechtwinklicher Gegenkanten bilden.

Es ist wichtig zu bemerken, daß die *tetraédrische Gestaltung* des Strahlenbüschels nicht etwa durch die von uns gewählte regelmäßige Form des Elements bedingt ist; denn denkt man sich ein kreisförmiges oder elliptisches Element durch die Parallelkreise $a'a$, $b'b$ und die Meridiane ab , $a'b'$ umschrieben, so finden die obigen Betrachtungen ihre Anwendung in derselben Weise, und der einzige Unterschied ist der, daß durch die dem Umfang des Elements näheren Meridiane und Parallelkreise weniger Strahlen gehen, als durch die mittleren.

Sind die Punkte P und Q bestimmt (und das wird die Hauptaufgabe des folgenden Paragraphen seyn), ist ferner die Form des Elements gegeben, so erhält man das Tetraeder als enthalten zwischen zwei den Umfang des Elements berührenden Paaren von Ebenen, von denen das

erste Paar durch die Axe *LCP* geht und das zweite senkrecht zum mittleren Meridian steht und durch *Q* geht.

2. Hülfsatz.

Um im Folgenden Wiederholungen zu vermeiden, mag ein leicht zu beweisender auch sonst angewandter geometrischer Satz hier eingeschaltet werden.

Geht die Verbindungs- oder Standlinie zweier Punkte, von denen der eine *A* (Fig. 2 Taf. VIII) immer auf xx' , der andere *B* auf yy' liegt, allezeit durch einen in der Ebene xOy gelegenen Fixpunkt *F*, dessen Coordinaten $Oa = a$, $OB = b$ sind, so besteht zwischen den Segmenten $OA = x$ und $OB = y$ die Relation

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = 1.$$

Und umgekehrt: besteht diese Relation zwischen den Segmenten OA und OB einer beweglichen Geraden AB , so geht dieselbe immer durch einen Fixpunkt *F*, dessen Coordinaten die Größen a und b sind. — Bei den Größen x , a , y , b kommen in bekannter Weise sowohl die absoluten Längen als die Vorzeichen in Betracht.

3. Reflexion an der Kugel.

In Fig. 3 Taf. VIII sey $CM = 2f$ der Halbmesser der reflectirenden Kugel, $LN = \alpha$ der Einfallswinkel für den Mittelstrahl LM . Dieser trifft den durch LM und MN gehenden Grofskreis noch in einem Punkte *A*, und man erhält den reflectirten Mittelstrahl, indem man $NB = NA$ macht und MB zieht.

Die mit *L* conjugirten Punkte *P* und *Q*, der erste für die Reflexion am mittleren Parallel, der zweite für die Reflexion am mittleren Meridian, werden nun gefunden, indem man *L* mit den Punkten *C* und *J* verbindet, wovon der erste der Kugelmittelpunkt ist, der zweite auf der Mitte der Geraden liegt, welche die Mitten *i* und *i'* der Sehnen MA , MB verbindet. — Der Punkt *J* kann auch als Schwerpunkt des Liniensystems AMB bezeichnet werden. — Denkt man

sich nun den Punkt L auf der Richtung LM irgend wie verschoben, so ist hiernach die Strecke PQ (sie mag im Ferneren *Tetraederstrecke* genannt werden) die Projection von CJ auf den reflectirten Mittelstrahl für L als Projectionscentrum.

Dass C ein Fixpunkt der Standlinie LP ist, folgt unmittelbar aus No. 1. Zieht man durch C Parallelen mit MB und MA , so erhält man die untereinander gleichen Coordinaten von C und es ist eine davon $Mf = f \sec \alpha$. Wird ferner $ML = l$, $Mp = p$ gesetzt, so hat man nach No. 2 die Relation

$$(1) \quad \frac{1}{b} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f \sec \alpha}.$$

Kommt der Punkt L nach f , so laufen die Strahlen, nach der Reflexion am mittleren Parallelkreis, mit MB parallel; Strahlen, welche mit AM parallel einfallen, werden am mittleren Parallel gegen einen Punkt f_1 auf MB geworfen, der von M denselben Abstand hat wie f . (die Figur enthält wegen Mangels an Raum für die Buchstaben den Punkt f_1 nicht.)

Zur Untersuchung der am mittleren Meridian reflectirten Strahlen ziehe man (Fig. 3 Taf. VIII) einen Strahl Lam , der mit LM einen unendlich kleinen Winkel bildet, ziehe das Lot mn und mache $nb = na$; der so bestimmte reflectirte Strahl mb trifft MB in einem Punkte Q , dessen Abstand von M mit q bezeichnet werde. Nun besteht zwischen den Bögen $Mm = Nn$, Aa , Bb die Relation

$$2Mm + Aa - Bb = o$$

welche für alle Lagen von L auf LM gilt, wenn man nur die Vorzeichen der Bögen Aa , Bb so bestimmt, dass sie gleiche oder entgegengesetzte Vorzeichen mit Mm erhalten, je nachdem sie mit Mm auf gleicher Seite oder auf entgegengesetzten Seiten der Sehnen MA und MB liegen. Andrerseits lassen sich die Bögen Aa , Bb mit Hülfe der zwei Paare unendlich kleiner ähnlicher Dreiecke LMm , LAA und MmQ , BbQ als dem Bogen Mm proportionale Grössen ausdrücken. Setzt man daher die letzteren Werthe

in die obige Relation, so geht Mm als Factor fort und es bleibt

$$(2) \quad \frac{1}{l} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f \cos \alpha}$$

Nach No. 2 sind $f \cos \alpha$ die zwei gleichen Coordinaten des Fixpunktes, und weil $f \cos \alpha = M\varphi$ ein Viertel der Sehne MA ist, so hat der Fixpunkt J die oben angegebene Lage. Die Punkte φ u. φ_1 (der letztere in der Figur fehlend) haben für die Reflexion am mittleren Meridian dieselbe Bedeutung, wie die Punkte ff_1 für die Reflexion am mittleren Parallel.

In der Figur ist die Reflexion an der hohlen Seite des Spiegels in's Auge gefasst; es ist aber einleuchtend, dass der Convexspiegel keine besondere Untersuchung erfordert, denn man kann z. B. den Punkt L auch ansehen als Convergenzpunkt eines auf die Convexität bei M auffallenden Büschels, und dann bleiben P und Q die conjugirten, aber nun virtuellen Brennpunkte von L .

Dass der Punkt Q der Kataklastika des Punkts L gehört, ist klar. — Endlich mag noch bemerkt werden, dass die Tetraederstrecke, welche für verschiedene Incidenzen und Lagen von L alle möglichen Werthe annehmen kann, nur für normale Incidenz verschwindet und dass in diesem Falle die Relationen (1) und (2) in der bekannten Gleichung

$$\frac{1}{l} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$$

zusammentreffen.

4. Berechnung an einer ebenen Fläche.

Es sey Ot (Fig. 4) die ebene Gränze zweier verschiedener Medien I und II, das Licht gehe von I nach II und divergiere von L in I. Die Richtung, welche der Mittelstrahl LM nach der Brechung einschlägt, bestimmt sich im Sinne der Wellenlehre dadurch, dass man aus M zwei Kreise zieht, deren Halbmesser $Ma = a$, $Mb = b$ sich verhalten, wie die Geschwindigkeiten des Lichts in den Me-

dien I und II; dass man ferner in a , wo der Kreis vom Halbmesser a von LM getroffen wird, die Tangente at zieht, und von dem in der Trennungsebene liegenden Punkt t eine Tangente tb an den Kreis vom Halbmesser b legt und endlich Mb zieht. Setzt man $\angle LMN = Mta = \alpha$, $\angle bMN = Mt b = \beta$, so geben die Dreiecke Mta , Mtb die Relationen:

$$Mt \sin \alpha = a, \quad Mt \cdot \sin \beta = b,$$

woraus folgt

$$(3) \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{a}{b} = n,$$

wo n der Brechungscoefficient des Lichts für den Uebergang von I nach II ist. Bei der Zeichnung nimmt man $b = 1$ beliebig und hat dann $a = n$. Schneller zum Ziel führt hierbei die aus (3) folgende Relation:

$$b \sin \alpha = a \sin \beta \text{ oder } \sin \alpha = n \sin \beta,$$

wonach die Punkte b' und a' , in welchen die Kreise von den ungleichnamigen Strahlen (Kreis b von Strahl in I, Kreis a von Strahl in II) getroffen werden, einerlei Abstand, $a' a'' = b' b''$, vom Einfallssloth haben. — In einem früheren Aufsatz (diese Annalen, Band CXVII, S. 241) habe ich gezeigt, wie leicht mit Hülfe dieser Bemerkung der Gang des Lichts durch ein Prisma verfolgt und der Satz von der kleinsten Ablenkung erwiesen werden kann.

Die mit L conjugirten Punkte P und Q , der erste für die Brechung am mittleren Parallel, oder für die Brechung des zur Einfallsebene senkrechten Strahlenfächers, der zweite für Strahlen in der Einfallsebene, bestimmen sich folgendermassen: P liegt mit L auf einer Parallelen zum Einfallssloth, oder die Standlinie PL hat einen Fixpunkt im Unendlichen auf NN' . Ebenso entspricht der Standlinie LQ ein Fixpunkt im Unendlichen auf einer schiefen Geraden durch M , deren Richtung graphisch dadurch bestimmt wird, dass man die Punkte λ und μ verbindet, wovon der erste die Projection von b'' auf LM , der zweite die von a'' auf Mb ist.

Das P gegen L die angegebene Lage hat, ist leicht zu

zeigen: fällt man nämlich das Lot LO auf die Trennungsfläche und beschreibt im derselben mit OM einen Kreis aus O , so werden alle auf den Umfang des Kreises fallenden Strahlen so gebrochen, dass sie durch P gehen, folglich auch die im Bereich des Elements liegenden. Setzt man $ML = l$, $MP = p$, so hat man $l \sin \alpha = p \sin \beta$, woraus mit (3) folgt

$$(4) \quad p = nl.$$

Zur Bestimmung des Punktes Q , für welchen $MQ = q$ sey, betrachte man einen Strahl Lm , der in der Einfalls-ebene unendlich nahe bei M einfällt; der ihm entsprechende gebrochene Strahl schneidet den gebrochenen Mittelstrahl eben in Q . Die Winkel LMm , QMm sind alsdann zusammengehörige Änderungen $d\alpha$ und $d\beta$ des Einfalls- und Brechungswinkels und hängen daher durch die Gleichung zusammen

$$\cos \alpha \cdot d\alpha = n \cos \beta \cdot d\beta.$$

Ferner erhält man für die von M auf Lm und Qm gefällten Perpendikel die Werthe

$$l \cdot d\alpha = Mm \cdot \cos \alpha, \quad q \cdot d\beta = Mm \cdot \cos \beta.$$

Eliminirt man aus den letzten drei Gleichungen Mm $d\alpha$, $d\beta$, so kommt

$$(5) \quad q = n \left(\frac{\cos \beta}{\cos \alpha} \right)^2 \cdot l = v \cdot l$$

wo

$$(6) \quad v = n \left(\frac{\cos \beta}{\cos \alpha} \right)^2.$$

Die Grösse v ist für eine gegebene Incidenz constant; wie sie sich mit derselben ändert, mag aus der Tabelle am Schluss ersehen werden, in welcher für α als Argument für $n = 1,5$ die Werthe von β und v enthalten sind.

Dass die Standlinie LQ der früher bestimmten Geraden $\lambda\mu$ parallel ist, ergiebt sich aus den Werthen für die Strecken $M\lambda = b \cos^2 \alpha$, $M\mu = a \cos^2 \beta$, woraus, da $\frac{a}{b} = n$ ist, folgt

$$\frac{M\mu}{M\lambda} = n \left(\frac{\cos \beta}{\cos \alpha} \right)^2 = \frac{q}{l}.$$

Der Winkel $PLQ = \vartheta$, welchen die Standlinie LQ mit dem Einfallsloth macht, ist bestimmt durch

$$(7) \quad \tan \vartheta = \frac{q \sin \beta - l \sin \alpha}{q \cos \beta - l \cos \alpha} = \frac{v - n}{v \cot \beta - n \cot \alpha}.$$

Der Fall, dass das Licht gegen einen Punkt im Medium II z. B. gegen λ convergirt, bedarf kaum einer besondern Untersuchung: man sieht leicht, dass die Punkte π und μ den Punkten P und Q entsprechen. — Geht das Licht von II nach I, wobei es von einem Punkte L im Medium II divergiren oder gegen einen Punkt L' im Medium I convergiren kann; so haben die Punkte P , Q und P' , Q' die in Fig. 5 verzeichnete Lage. Für gleiche Werthe von β in Figur 4 u. 5 hat die Standlinie LQ dieselbe Richtung. Man merke hierbei, dass, während für den Uebergang des Lichts von I nach II die Gerade LP , um in die Richtung von LQ zu kommen, sich vom Einfallsloth hinweg dreht, das Gegentheil stattfindet für den Uebergang des Lichts von II nach I.

5. Brechung an einer Kugelfläche.

Die Trennungsfläche der Medien I und II sey eine Kugel vom Halbmesser $CM = r$, (Fig. 6); der leuchtende Punkt L liege in I, der Kugelmittelpunkt in II; LMA sey der einfallende Mittelstrahl, MBP der gebrochene. Die Winkel $NMA = \alpha$, $NMB = \beta$ hängen durch die Gleichung $\sin \alpha = n \sin \beta$ zusammen.

A. Nun ist vor Allem einleuchtend, dass alle auf dem mittleren Parallel durch M auffallenden Strahlen nach der Brechung gegen den Punkt P convergiren, in welchem der gebrochene Mittelstrahl von LC getroffen wird; überdies kann hierbei das Licht von einem Punkte L in I divergiren oder gegen einen Punkt der in II hinein verlängerten LM convergiren. Der Kugelmittelpunkt C ist daher ein Fixpunkt für den zur Einfallsebene senkrechten mittleren Strahlenfächern. Zieht man ferner Cf_1 parallel LM und Cf parallel MP , so sind die mit f und f_1 bezeichneten Strecken

Mf, Mf₁ die Coordinaten des Fixpunkts **C** und man hat
(Nro. 2)

$$(8) \quad \frac{f}{l} + \frac{f_1}{p} = 1,$$

wo **l** und **p** wie immer die Segmente **ML** und **MP** bezeichnen und wo für **f** und **f₁** die aus der Figur ablesbaren Werthe gelten;

$$(9) \quad f = \frac{r \sin \beta}{\sin(\alpha - \beta)}, \quad f_1 = \frac{r \sin \alpha}{\sin(\alpha - \beta)}; \quad f_1 = n f.$$

Die Grösse **f₁** ist die Brennweite für Strahlen, welche in I parallel mit **LM** gehen; **f** die Brennweite für Strahlen, die in II parallel mit **PM** gehen, natürlich unter Voraussetzung von Strahlen, die am mittleren Parallel auffallen.

B. Auch den in der Einfallsebene gebrochenen Strahlen entspricht ein Fixpunkt **J** (Fig. 6), so dass also **LJ** verlängert den gebrochenen Mittelstrahl in dem für die Berechnung im Meridian conjugirten Brennpunkt **Q** schneidet. Es mag zunächst bemerkt werden, dass **J** auf der Geraden liegt, welche für eine ebene Trennungsfläche die Richtung der Standlinie **LQ** (Fig. 5) bestimmt, und welche daher mit **MC** den durch die Formel (7) bestimmten Winkel **ϑ** macht. Den Abstand **MJ** anlangend, so ist derselbe für den Übergang von Luft in Glas (**n = 1,5**) und für Einfallsinkel bis gegen **70°** im Allgemeinen wenig von **MC** verschieden; er nimmt aber von **70°** bis **90°** bis auf $\frac{2}{3}$ **MC** ab. Die Sache bedarf aber einer näheren Untersuchung und wir betrachten zu diesem Zweck einen Punkt **m** des Meridianus (Fig. 6) unendlich nahe bei **M**, ziehen den Strahl **Lma** und bestimmen den zugehörigen gebrochenen Strahl **mb**, wodurch der Punkt **Q** und der Abstand **MQ = q** gefunden wird.

Wir suchen zuerst eine Relation zwischen den Bögen **Mm, Aa, Bb**. Nun ist $\angle nma = \alpha + d\alpha$, $\angle nmb = \beta + d\beta$, folglich

$$NA = 2r\alpha, \quad na = nN + NA + Aa = 2r(\alpha + d\alpha),$$

$$NB = 2r\beta, \quad nb = nN + NB + Bb = 2r(\beta + d\beta).$$

Hieraus folgt, da $Nn = Mm$ ist, zunächst

$$\frac{Mm + Aa}{2r} = da, \quad \frac{Mm + Bb}{2r} = d\beta,$$

und weiter, da $\frac{d\alpha}{d\beta} = \frac{n \cos \beta}{\cos \alpha}$, $MA = 2r \cos \alpha$, $MB = 2r \cos \beta$,

$$(a) \quad \frac{Mm + Aa}{Mm + Bb} = \frac{n \cdot MB}{MA}.$$

Andererseits liefern die an der Gränze einander ähnlichen Dreieckspaare, $L M m$, $L A a$ und $Q M m$, $Q B b$ zwei Proportionen, aus denen man leicht die folgende Gleichung ableitet:

$$(b) \quad \frac{Mm + Aa}{Mm + Bb} = \frac{1 + \frac{MA}{2l}}{1 - \frac{MB}{2q}}.$$

Aus den Gleichungen (a) und (b) folgt aber

$$\frac{1}{l} \cdot \frac{MA^2}{2(n \cdot MB - MA)} + \frac{1}{q} \frac{n \cdot MB^2}{2(n \cdot MB - MA)} = 1,$$

welche die Form

$$(10) \quad \frac{q}{l} + \frac{l}{q} = 1$$

annimmt, und wo, nach Wiedereinführung der Winkel statt der Sehnen, die Beziehungen bestehen:

$$(11) \quad q = \frac{r \cos^2 \alpha}{n \cos \beta - \cos \alpha}, \quad q_1 = \frac{r n \cos^2 \beta}{n \cos \beta - \cos \alpha}, \quad \varphi_1 = \frac{n \cos^2 \beta}{\cos^2 \alpha} \varphi.$$

Die zwei ersten Ausdrücke in (11) sind nach Nro. 2 die Koordinaten des Fixpunkts der Standlinie LQ ; trägt man dieselben in Fig. 7 längs $M\varphi$ und $M\varphi_1$ auf und konstruiert darüber ein Parallelogramm, so ist dessen Ecke J der gesuchte Fixpunkt. Der Punkt φ_1 ist dann der Brennpunkt in II für Parallelstrahlen in I, und φ der Brennpunkt in I für Parallelstrahlen in II, natürlich unter Voraussetzung von Strahlensächern, die im Meridian liegen. Dass die Diagonale MJ die schon oben angegebene Richtung hat, folgt mit Rücksicht auf Nro. 3, Formel (6), aus der dritten der Gleichungen unter (11), nämlich:

$$\varphi_1 = n \left(\frac{\cos \beta}{\cos \alpha} \right)^2 \varphi = r \cdot \varphi.$$

Man kann endlich noch die Strecke $MJ = \varrho$ berechnen mit Hülfe der aus Dreieck $MJ\varphi$ folgenden Formeln

$$(12) \quad \varrho = \varphi \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\beta - \vartheta)} = \varphi_1 \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha - \vartheta)}.$$

Die Tafel am Schluss enthält nun außer den schon genannten Elementen ν , ϑ noch die Werthe von ff_1 , $\varphi\varphi_1$, sowie die Länge von ϱ , und soll überhaupt dazu dienen, die bei der Brechung an ebenen und sphärischen Flächen in Betracht kommenden Elemente für einen bestimmten Werth von $n = 1,5$ vorzuführen.

Fällt L mit M zusammen, so folgt entweder aus den Gleichungen (8) und (10) oder anschaulicher aus der Figur, daß alsdann auch P und Q mit L zusammenfallen, eine Bemerkung, welche in gleicher Weise für die Reflexion am sphärischen Spiegel gilt.

Im Bisherigen wurde angenommen, daß Licht divergire von einem Punkte im Medium I; convergirt es aber nach einem Punkte in II, der alsdann zwischen M und A liegen, oder auf A oder darüber hinausfallen kann, so überzeugt man sich leicht mit Hülfe der Relationen (a) und (b), in welchen alsdann die Vorzeichen der Bögen Aa , Bb nach einer ähnlichen Regel wie in No. 3 bestimmt werden, daß man zu demselben Fixpunkt J gelangt und daß nur das Vorzeichen von l in Gleichung (10) wechselt.

Ebenso folgt aus dem bisherigen unmittelbar, daß für den Uebergang des Lichts von II in I dieselben Punkte C und J als Fixpunkte der betreffenden Standlinien auftreten, daß somit die einem beliebig gegebenen Strahlenzentrum entsprechende Tetraederstrecke dadurch gefunden wird, daß man die Strecke CJ von dem auf der einen Strahlrichtung (MA oder MB) gegebenen Centrum aus perspektivisch auf die andere Strahlrichtung (MB oder MA) projicirt.

Eine Eigenthümlichkeit mag noch erwähnt werden: Die Strecke CJ trifft, gehörig verlängert, die Strahlrichtung MA in einem Punkte λ , die Strahlrichtung MB in einem Punkte π , und es ist einleuchtend, daß dies zwei conjugirte

Brennpunkte sind, für welche die Tetraederstrecke oder der Astigmatismus verschwindet.

6. Einige Anwendungen.

Um unsre Sätze auf den Fall anzuwenden, daß ein centrisches Lichtbüschel der Reihe nach mehrere Reflexionen oder Brechungen erfährt, müssen wir die Beschränkung hinzufügen, daß alle späteren Einfallsebenen mit der ersten zusammenfallen, daß also z. B. im Fall eines Prismas die Mittelstrahlen im Normalschnitt desselben liegen, oder daß im Fall einer Reihe centrirter sphärisch begrenzter Medien, deren Mittelpunkte also auf einer gemeinschaftlichen Axe liegen, die erste Einfallsebene, und folglich alle übrigen, die Axe des Systems enthalten. Unter dieser Voraussetzung ist es möglich, nachdem zuvor die Richtungen des Mittelstrahls in allen Medien gefunden sind, einmal für die zur Einfallsebene senkrechten, und dann für die in derselben liegenden elementaren Strahlenflächen, für die ersten eine Reihe von Punkten L, P, P_1, \dots, P_n , für die zweiten eine Reihe von Punkten L, Q, Q_1, \dots, Q_n zu bestimmen, wo in jeder Reihe zwei auf einanderfolgende Punkte nach den angegebenen Gesetzen conjugirt sind. Die Strecke $P_n Q_n$ ist die definitive Tetraederstrecke. Ein normales Auge, welches das so modifizierte Licht aufnimmt, wird von dem Lichtpunkte L ein um so schärferes Bild erhalten, je kleiner jene Strecke im Vergleich mit ihrem Abstand vom Auge ist. — Einige Beispiele mögen zur Erläuterung des oben Gesagten dienen.

a) Das Planparallelglas.

In Fig. 7 Taf. VIII sey $LMM'A$ der Weg des mittleren Strahls für einen Strahlenbüschel das von L divergit und auf das Flächenelement bei M unter dem Winkel α auffällt. Man lege nun durch L einmal die Standlinie PP' senkrecht zum Glase, dann die Standlinie QQ_1 unter dem, der gegebenen Incidenz entsprechenden Winkel $PLQ = \vartheta$; dann ist P_1Q_1 die definitive Tetraederstrecke. Fügt man noch

zu den Bezeichnungen in No. 4 die weiteren: $M_1 P_1 = p_1$, $M_1 Q_1 = q_1$, Glasdicke = ε , so ist

$$p = nl, \quad p_1 = \frac{1}{n}(MM_1 + p) = l + \frac{1}{n}MM_1$$

$$q = rl, \quad q_1 = \frac{1}{r}(MM_1 + q) = l + \frac{1}{r}MM_1,$$

und hieraus die von l unabhängige Relation:

$$p_1 - q_1 = \frac{\varepsilon}{\cos \beta} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{r} \right) = \varepsilon \frac{(n^2 - 1) \sin^2 \alpha}{(n^2 - \sin^2 \alpha)^{\frac{3}{2}}}.$$

Wächst daher α von 0° bis 90° , so variiert die Tetraederstrecke von 0 bis $\frac{\varepsilon}{\sqrt{n^2 - 1}}$, oder für $n = 1,5$ von 0 bis $0,89 \cdot \varepsilon$.

b) *Der belegte Glasspiegel.* Fig. 8 Taf. VIII.

LMM_1M_1A sey der Gang des Mittelstrahls; der ersten Brechung bei M entsprechen die mit L conjugirten Punkte P und Q . Die Reflexion bei M_1 , welche ohne tetraëdrische Modification geschieht, bringt die letztgenannten Punkte nach P_1 und Q_1 , wobei $RP_1 = RP$; die Brechung bei M_1 bringt endlich die letzten Punkte nach P_2 und Q_2 , wo Q_2 auf der Geraden Q_1S liegt, welche mit QS symmetrisch ist gegen M_1R . — Fügt man zu den Beziehungen des vorhergehenden Beispiels noch die folgenden: $M_2P_2 = p_2$, $M_2Q_2 = q_2$, so hat man:

$$p_2 = \frac{1}{n} M_2 P_1 = \frac{1}{n} (2MM_1 + p) = l + \frac{2MM_1}{n}$$

$$q_2 + \frac{1}{r} M_2 Q_1 = \frac{1}{r} (2MM_1 + q) = l + \frac{2MM_1}{r},$$

woraus

$$p_2 - q_2 = \frac{2\varepsilon}{\cos \beta} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{r} \right) = 2\varepsilon \frac{(n^2 - 1) \sin^2 \alpha}{(n^2 - \sin^2 \alpha)^{\frac{3}{2}}}.$$

Für $\alpha = 45^\circ$, $n = 1,5$ findet man z. B. $p_2 - q_2 = 0,54 \cdot \varepsilon$.

Für ein rechtwinkliges Reflexionsprisma, dessen Katheten die Länge k haben, erhält man durch ganz analoge Betrachtungen

$$p_2 - q_2 = \frac{\cos \beta}{k} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{r} \right).$$

Für senkrechten Ein- und Austritt an den Kathetenflächen ist $\alpha = 0$, $\beta = 0$, $\nu = n$, daher $p_1 - q_2 = 0$. Bei einem gebrochenen Fernrohr mit Prisma ist also das Bild eines Sterns in der Ebene der Kreuzfäden nicht tetraëdrisch modifiziert, während, wenn ein unter 45° geneigter Spiegel von der Dicke ε angewendet würde, eine Tetraëderstrecke vom Betrag $0,54 \cdot \varepsilon$ aufräte, wodurch das scharfe Sehen beeinträchtigt würde. — Läuft das in's Prisma eintretende Licht parallel der Hypotenusenfläche, so giebt, für $\alpha = 45^\circ$, $n = 1,5$, die obige Formel $p_1 - q_2 = 0,27 \cdot k$, also eine mit den Dimensionen des Prisma's wachsende Tetraëderstrecke.

c) Das gewöhnliche Prisma. Fig. 9 Taf. VIII.

Der Normalschnitt des Prisma's sey bac ; der Weg des Mittelstrahls LMM_1A . Man legt nun durch L zwei Gerade LP und LQ (No. 4), die erste senkrecht zu ab , die zweite unter dem Winkel ϑ , welcher der Incidenz α entspricht. Ferner legt man durch P eine Senkrechte PP_1 zu ac , und durch Q eine Gerade QQ_1 , welche mit PP_1 einen Winkel ϑ_1 macht, welcher dem Austrittswinkel α_1 entspricht; so sind P_1 und Q_1 die mit L für die zwei Brechungen im Prisma conjugirten Brennpunkte. Es sey nun $LM = l$, $MP = p = nl$, $MQ = q = \nu l$, $M_1P_1 = p_1$, $M_1Q_1 = q_1$, so hat man

$$p_1 = \frac{1}{n} M_1 P = \frac{1}{n} (MM_1 + MP) = l + \frac{1}{n} MM_1.$$

Es ist somit p_1 wenig von l verschieden.

Ferner ist, wenn man mit ν_1 den Werth der Constante ν für den Austritt bezeichnet,

$$q_1 = \frac{1}{\nu_1} M_1 Q = \frac{1}{\nu_1} (MM_1 + MQ) = \frac{\nu}{\nu_1} l + \frac{1}{\nu_1} MM_1.$$

Hiermit erhält man für die Tetraëderstrecke P_1Q_1

$$(a) \quad p_1 - q_1 = \frac{\nu_1 - \nu}{\nu_1} l + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{\nu_1} \right) MM_1,$$

und für gleichwinklichen Eintritt und Austritt, d. h. für kleinste Ablenkung des Mittelstrahls,

$$(a_1) \quad p_1 - q_1 = \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{\nu} \right) MM_1.$$

Für einen Mittelstrahl, welcher der kleinsten Ablenkung nahe steht, ist in dem Werthe für q_1 der Quotient $\frac{v}{r_1}$ wenig von der Einheit, daher auch, wenn wir MM_1 als klein gegen l voraussetzen, q_1 wenig von l verschieden. Näherungsweise können wir daher l als den Abstand ansehen, in welchem die Tetraederstrecke P_1Q_1 vor einem Auge oder Beobachtungsfernrohr hinter M_1 liegt; aus demselben Grunde kann weiterhin der aus (a) folgende Quotient

$$(b) \quad \frac{p_1 - q_1}{l} = \frac{r_1 - v}{r_1} + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{r_1} \right) \frac{MM_1}{l}$$

zur Beurtheilung der Schärfe dienen, mit welcher der Punkt L durchs Prisma gesehen wird, in der Art, daß je kleiner dieser Quotient, um so größer die Schärfe. Beim Spectralapparat mit Collimator befindet sich die Lichtpalte in der Brennweite des Collimatorobjectivs; hier ist l sammt $p_1 - q_1$ unendlich und es verschwindet daher das letzte Glied, d. h. ob die aus verschiedenen Theilen des Objectiv's parallel ausfahrenden Strahlen von gleicher Brechbarkeit der Prismenkante näher oder ferner eintreten, ist ohne Einfluß auf die Schärfe; dagegen bleibt die vom ungleichwinklichen Ein- und Austritt herrührende mit der Gröfse $\frac{r_1 - v}{r_1}$ wachsende Undeutlichkeit. Der Umstand, daß die letztgenannte Gröfse (je nach dem Vorzeichen von $p_1 - q_1$ oder der Lage der Punkte P_1 und Q_1) auch negativ werden kann, könnte bei dem einfachen Spectralapparat von Mousson, wo l ohngefähr gleich der Sehweite ist und also das mit MM_1 behaftete Glied der Gleichung (b) nicht verschwindet, bewirken, daß die größte Schärfe der Fraunhofer'schen Linien in einem Theile des Spectrum's aufrätte, wo das Licht nicht unter kleinster Ablenkung steht.

(d) *Die sphärische Linse.* Fig. 10 Taf. VIII.

Es sey C der Mittelpunkt der Eintrittsfläche, C_1 der der Austrittsfläche; LMM_1R sey der Weg des Mittelstrahls, wobei, mit Rücksicht auf die im Anfang dieser Nummer gemachte Beschränkung, die Ebene LMM_1 und MM_1R in

einer die Axe CC_1 enthaltenen Ebene zusammenfallen. In dieser Ebene (zugleich die der Zeichnung) hat man nach No. 5 die Fixpunkte C und J für den Eintritt bei M , und die Fixpunkte C_1 und J_1 für den Austritt bei M_1 . Die Geraden LC und LJ treffen nun die Richtung MM_1 in P und Q , und die Geraden PC_1 und QJ_1 schneiden die Richtung M_1R in den Punkten P_1 , Q_1 , welche eben die gesuchten mit L conjugirten Brennpunkte sind, und zwar Q_1 für die Strahlenfächer im Meridian, P_1 für die Strahlenfächer senkrecht darauf.

Ist eine der Linsenflächen eben, so finden die Sätze der No. 4 ihre Anwendung; man kann aber auch diese Sätze als speciellen Fall der in No. 5 enthaltenen Sätze ansehen und sagen: wächst der Halbmesser einer sphärischen Fläche ins Unendliche, so gehen die Punkte C und J auf den Richtungen MC und MJ ins Unendliche.

In Fig. 10 Taf. VIII ist der einfachere Fall berücksichtigt, wo der gebrochene Mittelstrahl durch den optischen Mittelpunkt O geht. In diesem Falle sind die Einfallslothe MC und M_1C_1 parallel, folglich die Winkel CMM_1 und C_1M_1M gleich, und LM parallel mit M_1R . Die Strecken CJ und C_1J_1 sind dann ebenfalls parallel und für die gleichseitige Linse überdies gleich.

Die verlängerte CJ treffe die Richtung LM in λ ; ist alsdann λ der Convergenzpunkt eines einfallenden Strahlenbüschels, so ist der Punkt ω , wo MM_1 von CJ getroffen wird, der conjugirte einzige Brennpunkt für den Eintritt; die Linien, welche ω mit C_1 und J_1 verbinden, bestimmen auf M_1R die nun ziemlich kleine Tetraederstrecke.

Um die Tetraederstrecke für parallel einfallendes Licht zu erhalten, ziehe man Cc , Ji parallel mit LM und verbinde c mit C_1 , i mit J_1 ; die Schnittpunkte dieser Geraden mit M_1R sind die gesuchten Punkte.

Es ist nicht ohne Interesse, die bedeutenden Wandlungen zu verfolgen, welche die Tetraederstrecke bei gegebener Incidenz dadurch erfährt, dass man die Lage des Punktes L gegen M ändert. Liegt z. B. L links von M , aber

ziemlich nahe dabei, so fallen die Punkte P und Q auf den oberen linken Theil der verlängerten $M_1 M$; die Linien PC_1 und QJ_1 treffen alsdann die Richtung $M_1 R_1$ für eine gewisse Stellung von L , rechts und links von der Linie; es ist ferner leicht L so zu wählen, daß PC_1 oder QJ_1 parallel mit $M_1 R$ wird; dann fällt P_1 oder Q_1 ins Unendliche. Dagegen wird, wenn L in die Nähe von λ fällt, wie wir schon gesehen haben, die Tetraederstrecke klein.

Die Verfolgung eines Strahlenbüschels durch einen ganzen optischen Apparat hat nach dem Bisherigen, selbst ohne Berücksichtigung der Farbenzerstreuung, große Schwierigkeiten, aber es ist denkbar, daß wenigstens für Oculare, die gewöhnlich nur aus zwei Sammellinsen bestehen, eine derartige Untersuchung möglich ist. Die Bedingung, um deren Erfüllung es sich hier handeln würde, wäre wohl die: sowohl die Krümmungshalbmesser als den Abstand der Linsen so zu bestimmen, daß nicht blos die Farbenzerstreuung, sondern auch die resultirenden Tetraederstrecken für schiefe Strahlenbüschel auf ein Minimum reducirt werden.

e) Der Regenbogen, Fig. 11, 12, 13, Taf. VIII.

Durch Verbindung der Sätze über Reflexion und Brechung an einer Kugel (No. 3 und 5) ist es möglich, ein Büschel parallel eintretender Strahlen auf seinem Wege durch einen Regentropfen bei einer beliebigen Zahl innerer Reflexionen zu verfolgen und die definitive Tetraederstrecke des austretenden Strahlenbüschels zu bestimmen. Man findet leicht, daß diese Strecke für keine Incidenz verschwindet, daß daher das austretende Licht allezeit tetraedrisch modifiziertes oder divergirendes Licht ist. Dagegen zeigt eine nähere Betrachtung der in der mittleren Einfallsalebene liegenden Strahlenfächer, daß es immer eine Incidenz gibt, für welche der austretende Strahlenfächter aus Parallelstrahlen besteht, wie der eintretende. Ein Strahlenbüschel, welcher solche Strahlen enthält, wird von merklich größerer Intensität seyn, als solche, deren definitive Tetraederstrecke endlich ist und in der Nähe des Trop-

fens liegt. Das letzte Q fällt für jene Strahlenbüschel ins Unendliche, und das vorletzte Q hat gegen die Austrittsstelle M_1 dieselbe Lage, wie das erste Q gegen die Eintrittsstelle M . Mit Hülfe des in No. 5 (11) gegebenen Ausdrucks für MQ , nämlich:

$$q = \varphi_1 = r \frac{n \cos^2 \beta}{n \cos \beta - \cos \alpha}$$

und der Sätze über die durch Reflexion conjugirten Brennpunkte Q (No. 3) ist es dann leicht, für verschiedene Zahl der inneren Reflexionen je eine Incidenz α zu bestimmen, welche wirksame Strahlenbüschel beim Austritt liefert.

Im Falle einer Reflexion (Fig. 11 Taf. VIII) fallen die Punkte Q und Q_1 in dem Punkte A des Grosskreises SM zusammen; es ist $\varphi_1 = MA = 2r \cos \beta$, woraus durch Fortschaffung von β folgt

$$(1) \quad \sin^2 \alpha = \frac{4 - n^2}{3};$$

da $n = \frac{4}{3}$, so ergibt sich ein unmögliches Werth für α . Das Element mm_1 des Eintritts sey kreisförmig begränzt und $\angle mOm_1 = 2\omega$; alsdann liegen alle Strahlen zwischen zwei Ebenen, welche durch die Axe OS gehen und jenseits der Ebene MOS den Winkel $\frac{\omega}{\sin \alpha}$ mit derselben machen. Die Länge der zur Ebene MOS senkrechten Brennlinie bei A ist $2r\omega \frac{\sin AOP}{\sin \alpha}$; das Element des Austritts bei M_1 ist eine kleine Ellipse, deren eine Axe gleich $mm_1 = 2r\omega$ ist, während die zum Papier senkrechte Axe die Länge $2r\omega \frac{\sin M_1 OP}{\sin \alpha}$ hat, wo $M_1 OP > \alpha$ ist für die durch (1) bestimmte Incidenz. Von M bis A ziehen sich daher die Strahlen zusammen zu einer Brennlinie in A , welche senkrecht ist zur mittleren Einfallsebene; auf dem Wege von A nach M_1 kreuzen sich die Strahlen bei P_1 längs einer auf der Axe OS liegenden Brennlinie und endlich in einer ebenfalls auf OS gelegenen Brennlinie bei P_2 . Von der krummflächigen Umhüllung des Strahlen-

büsches bei seinem Austritt erhält man eine Vorstellung, wenn man eine bewegliche Gerade verfolgt, welche sich einerseits auf den elliptischen Umfang bei M_1 , anderseits auf zwei Gerade stützt, von denen die eine die Axe OS ist, während die andere durch einen Punkt im Unendlichen auf der Richtung M_1P_2 geht und senkrecht zur mittleren Einfallsebene ist; alle übrigen Strahlen des Büschels stützen sich auf die letztgenannten Geraden und treten innerhalb jener Ellipse aus.

Bei zwei Reflexionen in A und B (Fig. 12, Taf. VIII) hat Q_2 gegen M_1 dieselbe Lage, wie Q gegen M ; alsdann fällt Q_3 in's Unendliche von M_1R . Sind nun i und i_1 die Schwerpunkte der Liniensysteme MAB und ABM_1 , so bestimmen die Linien Qi und Q_2i_1 (nach No. 3), durch ihren Schnitt mit AB , den mit Q und Q_2 für die Reflexionen bei A und B conjugirten einzigen Punkt Q_1 . Nun haben aber Qi und Q_2i_1 einerlei Neigung gegen AB ; es kann daher Q_1 nur entweder auf der Mitte von AB oder im Unendlichen von AB liegen. Der letztere Fall entspricht allein der Wirklichkeit, denn im ersten Falle müßte Q auf die Mitte von MA fallen können, was nach dem Ausdruck für φ_1 nur für $\alpha = 90^\circ$ möglich ist. Hiernach ist

$$AQ = \frac{1}{4}AM, \quad \varphi_1 = \frac{3}{4}2r \cos \beta, \quad \sin^2 \alpha = \frac{9-n^2}{8}.$$

In der diesem Falle entsprechenden Figur 12 hat man alsdann die auf OS liegenden Brennlinien bei P , P_1 , P_2 , P_3 , ferner die zur mittleren Einfallsebene senkrechten Brennlinien bei Q , Q_1 , Q_2 , Q_3 , wo die zweite und vierte im Unendlichen liegen. Man könnte auch leicht die Länge der Brennlinien bei Q_1 und Q_2 , sowie die Axen der elliptischen Elemente bei A , B , M_1 bestimmen, wie dies für eine Reflexion durchgeführt worden ist.

Bei drei Reflexionen in A , B , C (Fig. 13) hat Q_3 gegen M_1 dieselbe Lage, wie Q gegen M , damit nämlich Q_4 in's Unendliche von M_1R falle. Sind nun i , i_1 , i_2 die Schwerpunkte der Liniensysteme MAB , ABC , BCM_1 , so müssen zunächst die Linien Qi und Q_3i_2 , die erste auf AB den

mit
jug
 Q_2 ,
für
Star
zwe
auch
oder
dies
erst
som
sind
der
hier
der
 $Q..$
sein

“
0°
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50
55
60
65
70
75
80
85
90

mit Q conjugirten Q_1 , die zweite auf BC den mit Q_3 conjugirten Punkt Q_2 bestimmen; aber die Punkte Q_1 und Q_2 , welche offenbar gleich weit von B abstehen, müssen für die Reflexion bei B selber conjugirt seyn, d. h. ihre Standlinie muss durch i_1 gehen. Hier giebt es nun wieder zwei Möglichkeiten: entweder liegen Q_1 und Q_2 , folglich auch Q und Q_3 auf den Mitten der betreffenden Sehnen, oder die Punkte Q_1 und Q_2 fallen in B zusammen, und dieser Fall entspricht allein der Wirklichkeit, indem der erste schon als unzulässig erkannt worden ist. Man hat somit, weil B und Q für die Reflexion bei A conjugirt sind, nach No. 3 (2)

$$\frac{1}{AQ} + \frac{1}{AB} = \frac{1}{AB}, \text{ oder } AQ = \frac{1}{2}AB;$$

hieraus folgt weiter:

$$MQ = \varphi_1 = \frac{1}{2} \cdot 2r \cos \beta, \sin^2 a = \frac{16 - n^2}{15}.$$

Mit Hülfe der diesem Fall entsprechenden Fig. 13 und der darin angedeuteten Folge der Brennpunkte $P, P_1, \dots, P_4, Q, \dots, Q_4$ ist es nun leicht, den Strahlenbüschel durch alle seine Wandlungen mit klarer Anschauung zu verfolgen.

Tabelle zu No. 5.

α	β	γ	δ	f	f_1	φ	φ_1	φ
0°	0° 0'	1,50	0° 0'	2,00	3,00	2,00	3,00	1,00
5	3 20	1,51	0 3	1,99	2,99	1,98	2,98	1,01
10	6 39	1,53	0 19	1,98	2,97	1,92	2,93	1,02
15	9 56	1,56	1 2	1,95	2,93	1,82	2,84	1,04
20	13 11	1,61	2 18	1,92	2,88	1,69	2,73	1,07
25	16 22	1,68	4 8	1,88	2,81	1,54	2,59	1,09
30	19 28	1,78	6 31	1,82	2,74	1,37	2,43	1,11
35	22 29	1,91	9 24	1,76	2,65	1,18	2,26	1,13
40	25 22	2,09	12 40	1,70	2,55	1,00	2,08	1,14
45	28 8	2,33	16 13	1,62	2,44	0,81	1,89	1,14
50	30 43	2,68	19 58	1,55	2,32	0,64	1,70	1,13
55	33 6	3,20	23 47	1,46	2,20	0,48	1,54	1,11
60	35 18	4,00	27 33	1,38	2,07	0,34	1,38	1,08
65	37 10	5,33	31 11	1,29	1,94	0,23	1,23	1,03
70	38 47	7,79	34 31	1,21	1,81	0,14	1,10	0,98
75	40 5	13,11	37 25	1,12	1,69	0,07	0,99	0,93
80	41 2	28,30	39 44	1,04	1,57	0,03	0,90	0,88
85	41 37	110,37	41 15	0,97	1,45	0,01	0,81	0,80
90	41 49	∞	41 49	0,89	1,34	0,00	0,74	0,74

Tübingen, 20. December 1866.

**II. Zur Construction und Leistung der Elektrophor-Maschine (Influenz-Maschine);
von A. Töpler.**

Die günstigen Resultate, welche die von W. Holtz und mir (Bd. 125, 126 und 127 dieser Annalen) beschriebenen Elektrophor-Maschinen¹), selbst in ihren einfachsten Formen liefern, legten den Wunsch nahe, durch beliebig vermehrte Zahl der Erregungsstellen oder deren Grösse Apparate von sehr gesteigerter Leistung zu construiren. In Folgendem möchte ich einige Gesichtspunkte hervorheben, welche sich aus mehreren in der angedeuteten Richtung unternommenen Versuchen ergeben. Die Bedingungen, unter denen die Elektrophor-Maschine sehr ansehnliche Spannungerscheinungen zeigt, wurden bereits hinreichend erörtert. Zudem lässt sich grosse Funkenlänge bekanntlich auch mit der (gewöhnlichen) Elektrisirmaschine erzielen, wenn ihre Dimensionen entsprechend gewählt werden. Um so mehr dürfte es somit gerechtfertigt seyn, für die Kenntniß der Elektrophormaschine solche Thatsachen zu sammeln, welche die Frage der möglichen quantitativen Leistung beleuchten. Ein unterbrochener Funkenstrom von 60 bis 80 Millm. Schlagweite, mit oder ohne eingeschalteten Condensator, Büschelentladungen, welche selbst bei hellem Tageslicht sichtbar sind, dürfen, so glaube ich, als Kennzeichen einer für alle wesentlichen physikalischen Versuche ausreichenden Spannung angesehen werden.

Die Zahl der Erregungsstellen lässt sich auf einer einzigen rotirenden Glasscheibe schwerlich über ein gewisses Maass vergrössern, wenn die Dimensionen der letzteren

1) Der Benennung »Elektrophormaschine« anstatt »Influenzmaschine« schliesse ich mich nach dem Vorschlage von Prof. Rieß (Monatsber. der Königl. Akad. d. Wiss. zu Berlin. März 1866, S. 128) an, da ersterer Name allerdings der bezeichnendere ist. Im Uebrigen dürfte das Prinzip des Elektophors im engsten Sinne nur durch eine ganz bestimmte Anordnung der Apparate repräsentirt seyn. (Siehe unten.)

nicht unbequem werden sollen. Ich habe daher bei den zu beschreibenden Versuchen einer Anordnung den Vorzug gegeben, nach welcher sich viele rotirende Scheiben auf einer Axe in sehr compendiöser Weise vereinigen lassen, ohne daß dadurch die Handlichkeit des Apparates und die Zugänglichkeit zu den einzelnen Theilen im mindesten gestört wird. Da ferner bei einigen der in Vorschlag gebrachten Apparate die rotirenden Flächentheile in rascher Folge entgegengesetzte Ladung annehmen müssen, während andere Apparate construit sind, daß sich das Zeichen der Ladung auf ein und derselben Fläche nicht ändert, so ließ dieser Umstand einen wesentlichen Einfluß auf den Nutzeffekt von vorne herein vermuthen. Die zu meinen Versuchen benutzten Apparate waren daher so eingerichtet, daß durch bloßes Umschalten zweier Conductoren beiden Bedingungen genügt werden konnte.

Es waren mir zum Experimentiren zwei Maschinen geboten, von denen jede 16 Erregungsstellen besaß. Beide Apparate unterschieden sich nur durch ihre Dimensionen. Die Beschreibung des kleineren von beiden wird daher genügen, indem ich das Wesentlichste über die Eigenthümlichkeiten der Elektrophormaschine als bekannt voraussetzen darf.

Auf einer Stahlaxe von $2\frac{1}{2}$ Fuß Länge sind 11 kleine, kreisförmige Scheiben (von nur $11\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser) vermittelst centraler Durchbohrungen aufgesteckt. Je zwei benachbarte Scheiben sind auf der Axe durch eine gut abgedrehte Hülse von isolirender Kamm-Masse¹⁾ getrennt. Von diesen Hülsen ist nur eine einzige und zwar diejenige, welche auf der Mitte der Axe sitzt, an letzterer unwandelbar befestigt. Von beiden Enden her kann also je eine

1) Die in einer hiesigen Fabrik aus Schwefel und Kautschuk ohne anderweitige Beimischungen gefertigte Kamm-Masse erwies sich durchgehends als vortrefflich isolirend, selbst wenn durch fehlerhafte Behandlung bei der Darstellung die Masse für die bequeme mechanische Bearbeitung zu weich oder zu spröde war. Die mangelhafte Isolation mancher käuflicher Sorten führt von fremdartigen Zusätzen (Gyps, Kreide usw.) her.

Zahl von Scheiben aufgeschoben und durch den Druck zweier Schraubenmutter eingespannt werden. Bei der Kleinheit der Scheiben gelingt es auf diese Weise leicht, dieselben herauszunehmen oder wieder senkrecht zur Axe zu justiren. Die Scheiben haben nicht alle gleichen Abstand. In der Nähe des einen Axenendes stehen 8 unbelegte Scheiben ziemlich dicht gedrängt. Sie repräsentiren zusammen 16 Erregungsstellen und liefern den Hauptstrom. In einiger Entfernung und zwar in der Nähe des andern Axenendes rotirt ein System von zwei theilweise belegten Scheiben, welches als selbstthätig wirkendes Organ des Apparates die Ladung jener acht Scheiben ermöglicht. Es war die Anbringung dieses Hülfssapparates auf ein und derselben Axe unumgänglich nöthig, da die Elektrisirung durch einfachere Hülfsmittel bei 16 Erregungsstellen selbst dann höchst unsicher wird, wenn man dieselben so combiniert, daß sie die anfängliche Ladung selbstthätig ergänzen.

Das letzt erwähnte, metallisch belegte Scheibenpaar bildet mit zwei rubenden Scheiben und den entsprechenden Conductoren ein System, welches nach dem Princip des schon im Bande 125 (S. 470 bis 482) und Band 127 (S. 180 bis 185) beschriebenen und in letzterer Abhandlung als »Generator« bezeichneten Scheibenpaars arbeitet. Durch eine einfache Abänderung hat dasselbe jedoch eine grössere Schlagweite und eine solche Empfindlichkeit angenommen, daß es sich bei der Rotation ohne äussere Elektrisirung ganz zuverlässig von selbst ladet. Vergrößerte Schlagweite erhält man, wenn man, anstatt halbkreisförmiger Belege auf jeder Scheibe, metallische Quadranten mit recht breiten, isolirenden Unterbrechungsstellen bringt. Der Apparat erhält grössere Empfindlichkeit und die auffallende Fähigkeit, sich unfehlbar von selbst zu laden, wenn man die Contactfedern nicht direct auf den Scheiben und ihren Belegen schleifen läßt. Vernachlässigt man diese Vorsichtsmaafsregel, so stellt sich mit der Zeit durch das lebhafte Funkenspiel auf den Unterbrechungsstellen eine leitende Verbindung durch mechanisch mit

fortgerissene Metalltheilchen her, wodurch der Apparat, wenn auch anfangs selbstladend, mit der Zeit unempfindlich wird. Die rotirenden Metallbelege haben daher an den Stellen, welche unter den Contactfedern vorbeigleiten sollen, leitende Erhabenheiten, während die isolirenden Zwischenräume mit den Contactfedern gar nicht in Berührung kommen. Alle mit solcher Contactvorrichtung versehenen Scheibenpaare erwiesen sich nicht allein beim ersten Gebrauch sofort als selbst ladend, sondern auch bei mehrmonatlicher, häufiger Beanspruchung büßten alle diese Fähigkeit nicht ein. Der Grund dieser Selbstladung muss wohl in den minimen Differenzen des elektrischen Zustandes gesucht werden, den isolirten Leiter wahrscheinlich stets besitzen. Dies erhellt aus dem Umstände, dass, wenn alle Belegungen aus demselben Metalle bestehen, man das Zeichen der Ladung beim ersten Gebrauch des Apparates nie vorher sagen kann. Auch wenn der Apparat sehr lange außer Thätigkeit war, so stellt sich beim Beginn der Rotation die positive Ladung manchmal auf der andern ruhenden Scheibe her.

Im Uebrigen wechselt, wie ich dies schon mehrmals hervorgehoben habe, der Apparat seine Polarität, so lange die Rotation andauert, niemals, selbst wenn er zufällig auf einige Minuten einseitig entladen, oder wenn eine Leitung an irgend einer Stelle für längere Zeit unterbrochen werden sollte. Diesen Vorzug zeigt die in Rede stehende Scheibencombination stets, mag sie nun für belegte oder unbelegte Scheiben construirt seyn. Die Erscheinung des freiwilligen Polwechsels beim Oeffnen des Ladungsstromes ist durchaus nur an diejenigen Combinationen geknüpft, bei denen *ein und dieselbe* rotirende Fläche während der Dauer einer Umdrehung abwechselnd entgegengesetzte Ladung annehmen muss, wie sich dies auch theoretisch einfach begründen lässt¹⁾.

1) Am auffallendsten zeigt sich die Erscheinung des freiwilligen Polwechsels, wenn man mit einer einzigen rotirenden, metallisch belegten Scheibe, welcher auf entgegengesetzten Seiten ruhende Metallflächen gegenüber-

Es bedeutet Fig. 3 Taf. IX das Schema des selbstwirkenden Scheibenpaars. Die schraffirten Theile stellen die Durchschnitte von Glasscheiben dar, während die stark markirten Linien metallisch bedeckte Flächen andeuten. *A* und *B* sind ruhende Glasscheiben mit ihren Belegen. In unmittelbarer Nähe bewege sich einerseits die Scheibe *mn*, andererseits *m'n'*; (die Bewegungsrichtung in der Nähe der ruhenden Scheiben ist durch Pfeile angezeigt.) Bei *bcb'c'* schleifen Contactfedern, welche in der durch punktierte Linien angedeuteten Weise leitend verbunden sind. Denkt man sich nun bei *A* eine minime (etwa positive) Ladung, so wird die Influenz-El. zweiter Art von *b* vermittelst der Contactvorrichtung nach *b'* getrieben, während die Influenz-El. erster Art bei der Rotation nach *c* gelangt. Von hier aus wird also die ruhende Scheibe *B* negativ geladen, welche Ladung von Seiten der nach *b'* gelangten + El. unterstützt wird. Bei *B* wiederholt sich (mit umgekehrtem Zeichen) derselbe Hergang, und so verstärken sich in der bekannten Wechselwirkung *A* und *B*. In der Leitung *bb'* fließen die Influenzelektricitäten zweiter Art entgegengesetzt. — Wird nun diese Leitung eine Zeitlang unterbrochen, so dass beide Contactfedern isolirt sind, so ändert sich dadurch weiter Nichts, als dass bei *b* und *b'* keine Ladung mehr möglich, also auch keine Influenz-El. erster Art nach *A* und *B* befördert wird. Die Ladung auf *A* und *B* wird also nach Maafsgabe der unvermeidlichen Verluste allmählich sinken, wenn die Rotation fortduert. Die letzten Reste verweilen daselbst, aber äußerst hartnäckig. Nur wenn man absichtlich und zwar recht lange Zeit (manchmal reicht eine halbe Stunde nicht aus) alle Con-

stehen, eine der Holtz'schen Maschine analoge Combination herzustellen versucht. Es ist dies ganz gut möglich, wenn auf der rotirenden Scheibe vier oder mehr Unterbrechungstellen angebracht werden. Ein solcher Apparat ist äußerst empfindlich selbstladend, wechselt jedoch bei der Unterbrechung des combinirten Stromes seine Polarität so schnell, dass sich auf den ruhenden Metallflächen das Zeichen der Ladung pro Sekunde mehrmals umkehrt und ein Laden von grösseren Flaschen durch den combinirten Strom ganz unmöglich wird.

tactfedern gleichzeitig zur Erde abgeleitet hat, so bemerkt man später bei Wiederherstellung der ursprünglichen Verbindung, daß der Apparat mit entgegengesetzter Ladung zu arbeiten anfängt. *A* ist dann negativ, *B* positiv. Dieser *erzwungene* Polwechsel der Combination führt von den inneren, unbelegten Flächentheilen her, welche einander einerseits zwischen *A* und *b*, andererseits zwischen *B* und *b'* gegenüberstehen. Es findet dort nämlich, wie Lichterscheinungen im Dunkeln zeigen, ebenfalls ein schwacher Austausch durch Influenz statt. Ist nämlich die Metallfläche auf *A* positiv geladen, so wird die nach *b* gerichtete Seite der Glastafel schwach negativ, die nach *A* gerichtete Seite von *mn* jedoch positiv elektrisch. Entladet man nun die Metallbelegungen vollständig, so wird, da während der Rotation ohne Zweifel alle Verluste auf *mn* größer sind, die negative Ladung auf der unbelegten Seite von *A* zur Geltung kommen und das entgegengesetzte Spiel des Apparates nach einiger Zeit veranlassen.

Ganz anders verhält sich die Sache, wenn auf einer einzigen Scheibe, wie in Fig. 4 Taf. IX, der ganze Proces stattfindet. Hier bewegt sich eine einzige Scheibe *mn* vor den passend gestellten, ruhenden Tafeln *A* und *B*. Sind die Conductoren bei *b* und *d* leitend verbunden, so wird eine kleine Ladung auf *A* auch hier den Erfolg haben, daß sich *B* durch die Conctatfeder *c* mit der Influenz El. erster Art entgegengesetzt ladet. Der Ueberschuss der letzteren wird bei *d* abgegeben, um wieder nach *b* zu fließen, entgegengesetzt der bei *b* abgestoßenen Influenz-El. zweiter Art. Dasselbe gilt, abgesehen vom Vorzeichen, für den Metallsector *d*, wenn derselbe bei der Rotation in die Lagen *a* und *b* kommt. Hier bewegen sich in der Leitung zwischen *b* und *d* also beide Influenz-El. Wird dieser Strom jedoch unterbrochen, so tritt sehr schnell ein Polwechsel bei *A* und *B* ein. Es kann alsdann nämlich ganz einfach jeder Metallsector auf *mn*, welcher von *d* aus bei der Umdrehung mit positiver Ladung vor *A* anlangt, hier seine Ladung nicht abgeben, sondern kommt noch positiv

nach *c*, wird also die Ladung auf *B* schwächen. Ganz dasselbe gilt für *A*; überhaupt ist leicht einzusehen, daß sich *A* und *B* sehr rasch gegenseitig entladen müssen. Die secundäre Erregung der inneren Glasfläche kommt also hier ganz sicher zur Wirkung, sobald die Leitung unterbrochen wird.

Die Handhabung des selbstladenden Scheibenpaars ist nun genau dieselbe, wie sie Band 127 Seite 182 für den »Generator« beschrieben wurde. Die eine der ruhenden Metallflächen wird zur Erde abgeleitet; alsdann giebt der Conductor der zweiten ziemlich bedeutende Spannungserscheinungen und kann zur Elektrisirung des grösseren Systems von acht Scheiben benutzt werden. Den gleichen Zweck würde ohne Zweifel, anstatt des obigen Scheibenpaars, eine nach Angabe von Hrn. Holtz mit »überzähligem Conductor« arbeitende, unbelegte Scheibe erfüllen, wenn man dabei nicht die Bequemlichkeit der Selbstladung einbüßte.

Was nun die Einrichtung des zu Anfang erwähnten Systems von acht Scheiben betrifft, so möchte dieselbe aus einer in Fig. 1 Taf. IX gegebenen Skizze leicht verständlich seyn. *S* bedeutet eine der acht unbelegten, auf der Axe *a* in der Richtung des Pfeiles rotirenden Scheiben. Um diese sind nun die übrigen Theile so angebracht, daß sie einzeln oder gruppenweise außer Wirksamkeit gesetzt werden können. Zunächst sind dicht hinter *S* beiderseits die ruhenden Scheiben *n* und *n'* aufgestellt, welche auf der von *S* abgewandten (also in der Figur hinteren) Seite die bekannten Papierbelege *b b'* tragen. Es wird gentigen, für die linke Seite des Apparates die Befestigungsweise der Scheibe *n* und der zugehörigen Theile anzudeuten, da für *n'* genau dasselbe gilt. — Die Scheibe *n* ist zwischen drei Stäben *h*, *i*, *k* von Kamm-Masse befestigt. Diese Stäbe stehen parallel zur Rotationsaxe und stützen sich mit ihren Enden auf vier Glassäulen, von denen in der Figur nur die beiden hinteren *gg* sichtbar sind. Dieselben Kammmasse-Stäbe *h*, *i* und *k* tragen außerdem noch sieben mit *n*

gleichbeschaffene Scheiben, welche zu den übrigen rotirenden Scheiben gehören. Der Parallelismus zwischen n und S wird dadurch bewirkt, dass die Stäbe h , i , k auf der ganzen Länge ein Schraubengewinde besitzen, auf welchem scheibenförmige Mütter von demselben Material laufen. Zwischen letzteren kann n beliebig nahe an S herangeschraubt und festgeklemmt werden. — In Fig. 1, Taf. IX, bedeuten ferner die Buchstaben l und z die Querschnitte zweier Metallcylinder, welche ebenfalls zur Axe parallel stehen und von denselben Glasständern gg getragen werden. Auf dem Cylinder l schiebt sich mittelst Hülse und Klemmschraube ein Messingarm lb , welcher auf der vorderen Seite von S eine feine Spitzeureihe trägt, gerade der Belegung b gegenüber. In ähnlicher Weise ist auf z ein Metallarm zb beweglich, welcher hinter der Scheibe n mit einer Kugel der Papierbelegung bis zur Berührung genähert werden kann. Ohne Erläuterung ist ersichtlich, dass beide Arme lb und zb durch Drehung um l und z aus dem Apparate herausgeschlagen werden können, wodurch die Belegung b außer Function tritt.

Was nun auf der einen Seite von S für die Scheibe n gesagt wurde, das gilt auf der andern für die Scheibe n' und die zugehörigen Theile. Auf die isolirenden Stäbe k und k' stützt sich mittelst gläserner Querstangen der Conductor c , welcher einen geraden, dünnen Messingarm d , ebenfalls durch Hülse und Klemmschraube verschiebbar und drehbar, dicht vor die Vorderseite S streckt. Analoges gilt für den unteren Conductor c' . Beide Conductoren ruhen mit ihren gläsernen Armen nur lose auf Einschnitten der isolirenden Stäbe hk' und kk' , weshalb sie leicht zu entfernen sind. Desgleichen kann man die Arme d und d' bequem von den Conductoren ablösen.

Man erkennt nun sofort, dass die metallischen Theile l , z und c das Zubehör einer Erregungsstelle bilden. Wird b über z hinreichend elektrisiert, so empfängt bei der Rotation der Scheibe S der Arm bl die Influenz-Elektricität der zweiten Art, und wenn diese zur Erde abgeleitet

wird, *c* fortwährend die Influenz-El. erster Art. Dasselbe gilt von *s'*, *l'* und *c'*.

Bei den übrigen rotirenden Scheiben wiederholen sich nun genau dieselben Theile, welche in Fig. 1, Taf. IX, für *S* verzeichnet wurden. Die mit der Axe parallelen Stäbe *h*, *l*, *i*, *s*, *k*, *c*, *k'* usw. sind jedoch bei allen 8 Scheiben gemeinsam benutzt, so dass beispielsweise *s* alle die verstellbaren Arme trägt, welche zu den Papierbelegen führen usw. Jede besitzt somit zwei Erregungsstellen. Es ist jedoch nötig, dass je zwei aufeinander folgende Scheiben sich die analogen Theile des Erregungsapparates zuwenden. Fig. 2 deutet im Horizontalschnitt die gegenseitige Lage von acht Erregungsstellen an. *SS* usw. sind auch hier die rotirenden, *n*, *n* usw. und *n' n'* die ruhenden Scheiben mit den Belegen *b* und *b'*. Die von den Conductoren *s* und *s'* ausgehenden Arme laden also gleichzeitig je zwei benachbarte Belege; desgleichen sind die Arme *l* und *l'* beiderseits mit Spitzen versehen, so dass stets zwei benachbarte rotirende Flächen von ihnen versorgt werden. Nur durch diese Anordnung ist es möglich, den rotirenden Scheiben so kleine Abstände zu geben, dass das ganze System in der That sehr compact wird.¹⁾

Die beschriebene Anordnung ist deshalb so bequem, weil sie sich sehr schnell und einfach auseinander nehmen und wieder zusammenstellen lässt. Da die Glassäulen *gg*, Figur 1, alle Scheiben *n* nebst Zubehör tragen, so sind diese Glassäulen auf einem besonderen Brette *y* befestigt, welches durch eine Schraube *x* an die Hauptfußplatte *FF* der Maschine befestigt werden kann. Man erkennt, dass nach Aushebung der Conductoren *c* und *c'* und Lüftung

1) Die Apparate, welche von den Mechanikern Weegmann und Westerhöft in Riga nach obiger Angabe gebaut wurden, haben bewiesen, dass man, wenn die Gesamtschlagweite des Apparates nicht über 30 bis 40 Millm. verlangt wird, den Abstand je zweier rotirender Scheiben bis auf $\frac{1}{2}$ Zoll verkleinern kann, ohne dass sich eine Abnahme der quantitativen Leistung fühlbar macht. Für 70 bis 95 Millm. Schlagweite des Apparates genügt bei etwas grösseren Scheiben ein Abstand von $1\frac{1}{2}$ Zoll vollkommen.

der Schrauben x und x' alle ruhenden Scheiben nebst zugehörigen Theilen mittelst der Füsse y und y' seitlich aus der Maschine hervorgezogen werden können. Ist dies geschehen, so liegt die Axe mit den Scheiben S frei und kann aus den Lagern entfernt werden. Ferner sind jetzt die ruhenden Scheiben n von derjenigen Seite, welche im Apparate der Axe zugewendet war, zugänglich und können ohne Mühe einzeln herausgenommen werden. Da die Bretter y und y' in ählicher Weise gleichzeitig die ruhenden Scheiben des metallisch belegten Generators am anderen Axenende tragen, so ist es erklärlich, warum das gelegentlich erforderliche Auseinandernehmen und Wiederaufstellen der Maschine behufs der Reinigung in sehr kurzer Zeit bewerkstelligt werden kann. Endlich sey noch erwähnt, dass zwischen dem metallisch belegten Scheibenpaar und den acht unbelegten Scheiben, um erstere vor den schwer zu vermeidenden, gelegentlichen Büschelentladungen von Seiten der stärker geladenen Conductoren zu schützen, eine elste Glasscheibe als Scheidewand zwischen beiden Systemen eingeschaltet ist.

Die Länge der Papierbkleide betrug bei der kleineren Maschine $2\frac{1}{2}$, bei der grösseren 3 Zoll, der Scheibendurchmesser $11\frac{1}{2}$, resp. $14\frac{1}{2}$, die Gesammt-Axenlänge 30 resp. 40 Zoll. Man ersieht aus diesen Dimensionen, dass selbst der grössere Apparat noch nicht den Raum einer gewöhnlichen Elektrisirmsmaschine mit 30 Zoll Scheibendurchmesser einnimmt.

Was nun die Combinationen betrifft, welche beim Gebrauch der Maschine nach obiger Construction unter den 16 Erregungsstellen möglich sind, so dürften dieselben aus Betrachtung von Fig. I Taf. IX unschwer zu ersehen seyn. (In der Zeichnung sind die zur Herstellung dieser verschiedenen Combinationen nötigen Leitungen weggelassen.)

I. Verbindet man, indem alle 16 Elemente mit ihren zugehörigen Theilen versehen sind, die Conductoren z und z' untereinander und außerdem mit dem freien Pol des metallbelegten Scheibenpaars, (für welches ich der Einfach-

heit halber den Namen »Generator« beibehalten will,) so laden sich alle Papierbelege gleichnamig. Leitet man alsdann die Conductoren l und l' zur Erde (etwa zur Gasleitung des Hauses) ab, und verbindet man außerdem c mit c' , so wirken alle 16 Erregungsstellen zusammen in gleichem Sinne. Die vereinigten Conductoren cc' geben alsdann die gesamte Influenz-El. der ersten Art, und durch Verbindung mit ll' entsteht ein kräftiger Strom.

II. Man kann die Papierbelege paarweise ausschalten, und zwar durch passende Verstellung der um l , z , z' , l' drehbaren Arme. Acht Erregungsstellen stellt man am besten her, indem man die obige Verbindung zwischen zz' aufhebt und nur z mit dem Generator verbindet. Es wirken dann nur die Belege der linken Seite. Man wird durch die gebotenen Mittel überhaupt alle graden Zahlen zwischen 2 und 16 successive herstellen können. Da die Thätigkeit einer jeden Erregungsstelle eine schon früher einmal besprochene Verlustquelle für die Ladung ihrer ruhenden Belegung ist, so wird im Allgemeinen mit steigender Zahl der durch den Generator geladenen Belege die Spannung sowohl auf ihnen selbst, als auf den Conductoren cc' abnehmen müssen.

III. Hat man die Maschine in der unter No. I bezeichneten Weise mit 16 Erregungsstellen einige Zeit arbeiten lassen, so dringt die Ladung der Papierbelege bb' Fig. 1 Taf. IX allmählich in die Glasscheiben nn' bis zu einer gewissen Tiefe ein. Schaltet man daher, nachdem sich der Apparat geladen hat, den Generator aus und verbindet die Conductoren zz' dauernd mit ll' , so werden die Belege zwar entladen, allein die Conductoren cc' geben noch lange Zeit Elektricität von abnehmender Quantität und Schlagweite. In dieser Combination ist der Apparat im engsten Sinne eine Elektrophormaschine. Die Belege repräsentiren den zur Erde abgeleiteten Teller, die Glasscheiben nn' den Harzkuchen und die rotirenden Scheiben den Deckel des Elektrophors.

IV. Schliesslich kann man das System der 16 Erre-

gungsstellen so combiniren, dass dasselbe keiner dauernden, sondern einer einmaligen Elektrisirung von Seiten des Generators bedarf, um dann selbstthätig seine Ladung zu ergänzen. Stellt man dauernde Verbindungen zwischen c und z' , ferner zwischen c' und z Fig. 1 Taf. IX her, so wird bei einmaliger etwa positiver Ladung von b über z der Apparat analog der Holtz'schen Maschine arbeiten.

Es muß sich b' von c aus entgegengesetzt laden und man wird in einer metallischen Schließung zwischen l und l' den combinirten Strom erhalten, welcher sich aus den in entgegengesetzter Richtung fließenden Influenz-Elektrici-täten beider Arten herstellt. In diesem Falle wird also die Scheibe S auf der oberen Hälfte ihres Weges von b nach b' negativ, auf der unteren von b' nach b zurückkehrend positiv geladen seyn. Es versteht sich von selbst, dass man in dieser Weise ebenfalls 4, 8, 12 oder 16 Erregungsstellen combiniren kann.

Die folgende Tabelle gibt eine Uebersicht über die Leistung der beiden an Gröfse verschiedenen Maschinen in den wichtigsten Combinationen. Um die Zahlen mit früheren Angaben vergleichbar zu machen, ist die leydener Flasche als Maafs für die Quantität beibehalten worden. Eine Batterie ziemlich dünnflüssiger Flaschen, von etwas mehr als 5 Quadratfuß äusserer Belegung, bildete die Maafsflasche, da einzelne Flaschen bei kleinerer Schlagweite unzählbar rasch geladen wurden. Die Entladungszahlen beziehen sich auf 3^{mm} Schlagweite und 9 Rotationen pro Secunde, welche Drehungsgeschwindigkeit sich bei den Combinationen 1, 2 und 3 ohne Schwierigkeit, mittelst Schnurlauf erzielen ließ. Die 4. Column mit der Bezeichnung "Schlagweite" bezeichnet die Entfernung, bis auf welche zwei 22 Millm. dicke Kugeln des Entladers entfernt werden konnten, ohne dass der Funkenstrom (ohne eingeschaltete Flasche) unregelmäfsig wurde. Die Bezifferung der Combinationen ist dieselbe, wie oben.

A. Größerer Apparat.

Art der Combination	Zahl der Erregungsstellen	Zahl der Batterie-Entladungen pro Minute	Maximal-Schlagweite in Millm.
I.	16	177	54
II.	12	147	67
II.	8	110	78
II.	6	96	73
II.	4	75	68
II.	2	37	57
III. nach 5 Minuten Ruhe	16	22	28
III. nach 30 Minuten Ruhe	16	13	15
IV.	16	132	50

B. Kleinerer Apparat.

I.	16	108	33
IV.	16	65	29

Die schon früher einmal erwähnte Fessel'sche Elektrisirmschine mit 30 zölliger Scheibe lud dieselbe Batterie höchstens 3 mal pro Minute.

Ich habe es für überflüssig gehalten, bei Combination IV die Werthe der Leistung für die kleineren möglichen Anzahlen von Erregungsstellen mitzutheilen. Es liegt die Thatsache zu nahe, dass für diese Fälle die Quantität fast genau der Zahl der Erregungsstellen proportional ist, während die Schlagweite sich nicht wesentlich ändert. Was die Schlagweite betrifft, so verdienen einige, von den Erscheinungen bei der gewöhnlichen Elektrisirmschine zum Theil abweichende Thatsachen eine Erwähnung, welche bei den Combinationen No. I und II beobachtet wurden.

Benutzt man an Stelle der Entladerkugel von 22 Millm. solche von kleinerem (etwa 12 Millm.) Durchmesser, so wird dadurch bei 16 Erregungsstellen die Schlagweite vergrössert (bei der grossen Maschine bis 90 Millm.). Bei kleiner Zahl von Erregungsstellen tritt das Gegentheil ein, indem sich alsdann die Kugeln wie Spitzen verhalten und

Büscheleentladungen liefern, bevor das Maximum der Schlagweite erreicht ist.

Die Combinationen unter No. I und II geben bei Einschaltung gut isolirender (also breitrandiger) Flaschen, stets eine gröfsere Schlagweite, als der bloße Funkenstrom der Conductoren. Mit 16 Erregungsstellen gab Combination I unter diesen Umständen sogar bis 98 Millm. lange Flaschenfunkens. Bei der gewöhnlichen Elektrisirmschine, welche die durch Einschaltung von Flaschen unvermeidlichen Verlustquellen nicht zu decken vermag, wird bei der Flaschenladung bekanntlich nie die Schlagweite des bloßen Funken vom Conductor erreicht. Die Erklärung dürfte meines Erachtens in Folgendem begründet seyn: Entfernt man die Ausladerkugeln bis zur Gränze der regelmäfsigen Funkenentladung, so bemerkt man, wie von nun an stark verästelte, der Büscheleentladung ähnliche Funken den zeitweiligen Uebergang vermitteln, wenn die Kugeln noch weit über jene Gränze entfernt werden. Indem jeder auch noch so schwache fadenförmige Funken eine optisch nachweisbare, besser leitende Bahn¹⁾ hinterlässt, so wird sich durch diese eine gröfsere Menge Elektricität in Form eines glänzenden Funkens ausgleichen können, wenn dieselbe nur vorhanden ist, sey sie nun in einer Flasche oder auf einer grossen Zahl von Erregungsstellen angesammelt. Arbeitet jedoch die Maschine mit bloßem Conductor oder gar mit wenigen Erregungsstellen, so überdauert die Entladung ihre allerersten Stadien nicht, weil die sofort verminderte Dichte auf der Entladerkugel keinen Ersatz findet.

Im Zusammenhange hiermit erklärt sich auch wohl eine scheinbare Anomalie in der Tabelle. Wenn bei Combination II die Zahl der Erregungsstellen allmählich zunimmt, so nimmt die Spannung auf allen Belegen *bb'* Fig. 1 Taf. IX natürlich stetig ab, weil der »Generator« immer gröfsere Flächen gegen Verluste zu decken hat. Demgemäß steigt

1) Ueber die optische Untersuchung der Funkenbahn werde ich demnächst eine Reihe von Mittheilungen durch diese Annalen veröffentlichen.

die Entladungszahl bei dieser Combination durchaus nicht den eingeschalteten Erregungsstellen proportional. Man sollte für die Schlagweite nun eine stetige Abnahme vermuthen, obgleich die Tabelle ein Maximum für 8 Erregungsstellen nachweist. Obige Anschauung dürfte zur Erklärung genügen. Bei Combination IV waren analoge Verhältnisse nicht zu constatiren, weil schon bei 45 Millm. ohne Flasche und bei 30 Millm. mit Flasche die bekannte Gefahr des Umladens eintrat. — Die Tabelle beweist in practischer Richtung, dass ein einziger metallisch belegter Generator obiger Construction hinreicht, um 16 Erregungsstellen noch mit Erfolg gleichnamig zu laden. Man übersieht jedoch aus der Zahlenreihe, dass bei grösserer Scheibenzahl bald eine Gränze eintreten müfste, über die hinaus die quantitative Leistung wieder abnehmen würde. Das auffälligste Resultat war mir jedoch die grosse Differenz zwischen den Entladungszahlen für Anordnung I und IV zu Ungunsten der Letzteren. Sie spricht sich bei beiden Maschinen in gleichem Sinne aus. Es müfste dies um so mehr überraschen, als bei Combination No. IV, bei welcher durch das Spiel des Apparates die Ladung auf den Belegen *bb* Fig. 1 Taf. IX selbstthätig ergänzt wird, die Spannung und somit die vertheilende Wirkung auf denselben Belegen unverhältnismässig höher steigt, als dies durch gleichnamige Elektrisirung mittelst des Generators möglich ist. Bei Combination IV und 16 Erregungsstellen ließen sich aus den Conductoren *z* und *z'* fast dreimal so lange Funken ziehen, als bei Combination No. I. Hiermit in Uebereinstimmung ist das prasselnde Geräusch der Spitzenvorrichtungen viel stärker bei Combination IV, desgleichen wächst der eigenthümliche Widerstand, welchen der in Thätigkeit befindliche Apparat der Rotation stets entgegenstellt, in letzterem Fall so auffallend, dass die dauernde Erhaltung der oben vorausgesetzten Geschwindigkeit unbequem wird. Von theoretischer Seite sollte man also mindestens den gleichen quantitativen Effect vermuthen, wenn nicht eine der Combination IV eigenthümliche Verlustquelle vorhanden wäre.

Eine einfache Betrachtung lehrt nämlich, dass in Fall No. I die gegenüber b und b' auf der Scheibe S angehäuften Influenz-Elektricitäten erster Art auf cc' gelangen und dann mit den Influenzelektricitäten der zweiten Art von ll' den Strom im Schließungsbogen herstellen. Bei Fall IV summirt sich, von Verlusten abgesehen, die bei b auf S angehäufte Influenz-El. erster Art später bei b' mit der dort abgestoßenen Influenz-El. zweiter Art auf $b'l'$ da beide gleiches Vorzeichen haben; sie bilden mit der auf analoge Weise auf dem Conductor lb angehäuften Summe den Strom zwischen l und l' . Wird also in beiden Fällen auf den Papierbelegen auch nur gleiche Dichte vorausgesetzt, (abgesehen von dem Vorzeichen) so müfste in der That der Strom quantitativ in beiden Fällen gleich seyn.

Nach Obigem müfste also für Combination IV eine sehr, energisch wirkende Art von Verlusten vorausgesetzt werden. Die Conductoren cc' haben bei dieser Combination nur die Function, die sonst unangefochtene Ladung auf b und b' auf constanter Höhe zu erhalten. Hierzu verbrauchen sie aber augenscheinlich sehr wenig Elektricität, denn, ist einmal das entgegengesetzte Ladungsmaximum auf b und b' erreicht, so sieht man im Dunkeln alle Lichterscheinungen an d und d' aufhören; dieselben erscheinen nur vorübergehend, sobald man die Ladung auf b oder b' durch Funkenziehen schwächt.

Da nun alle übrigen Bedingungen bei beiden Combinationen gleich sind, so glaube ich die Differenz in der quantitativen Leistung nur dem Umstände zuschreiben zu dürfen, dass der rotirende Isolator in dem einen Falle rasch entgegengesetzte Ladung annehmen müfste. In der That, wenn man berechtigt ist, bei sogenannten Isolatoren ein Eindringen der Ladung in tiefer liegende Schichten anzunehmen, so ist die Erklärung einfach. Eine oberflächliche Ladung der Scheibe S bei b wird Zeit haben, bevor sie die Scheibe n verlässt, in S einzudringen. Bei b' wird diese Ladung also nur theilweise entfernt und oberflächlich durch die entgegengesetzte ersetzt. Auf dem weiteren

Verlauf der Rotation kann somit ein langsamer Austausch stattfinden, und da sich derselbe Hergang hinter jeder Erregungsstelle wiederholt, so ist eine bedeutende Verringerung des Nutz-Effectes im Schließungsbogen recht gut denkbar, trotz der hohen Ladung von b und b' und der energetischen Thätigkeit an den Spitzen. — Bei solchen Maschinen also, bei welchen der durch die Elektrisirung hervorgerufene Bewegungswiderstand schon anfängt, eine Rolle neben der unvermeidlichen Axenreibung usw. zu spielen, ist es vortheilhafter, den rotirenden Isolator nur in einem Sinne zu laden. Die Combination No. I empfiehlt sich auch durch ihre übrigen Eigenthümlichkeiten.¹⁾

In Bezug auf die übrigen Eigenschaften des Stromes, den die grössere Maschine mit 16 Erregungsstellen liefert bemerke ich zum Schluss, dass dieselben natürlich dem gesteigerten quantitativen Vermögen entsprechen. So ist z. B. die Wasserzersetzung noch sichtbar, wenn man als Elektroden Drähte von 1 Mm. Dicke, bis an die Enden in Glas eingeschmolzen, anwendet. Auffallend sind einzelne Erscheinungen bei den Büschelentladungen zwischen sehr feinen Spitzen. Dieselben bilden einen bei Tage sehr gut sichtbaren tief violettblauen Streifen, der die um 1 bis $1\frac{1}{2}$ Zoll von einander entfernten Elektroden verbindet. Dieser Streifen lässt sich wie die Aureole des Inductionsfunkens zur Seite blasen. Stellt man die Axen der beiden Spitzen nicht in eine grade Linie, sondern etwa wie in Figur 5, und denkt man sich die eine Elektrode b mi-

1) Namenslich ist es die Sicherheit, mit welcher eintheils die Selbstabdichtung des Apparats gelingt, und anderentheils die Stromrichtung geändert werden kann, welche den Apparat neben der Bequemlichkeit der schnellen Reinigung empfehlen dürfte. In gefüllten Hörsälen habe ich keine Abnahme der Wirkung bemerkt. Der schwarze, dem Lampenruse nicht unähnliche Ueberzug bildet sich bei längerem Gebrauch ebenso auf geharzten, als ungeharzten Glasscheiben, ist also wohl einer Wirkung des Ozons auf den Luftstaub und nicht auf das Harz zuzuschreiben. Er setzt sich am stärksten gerade den Spitzen gegenüber ab, an welchen sich die lebhafteste Lufströmung nachweisen lässt und enthält stets einen in Aether löslichen, braun gefärbten Bestandtheil.

der Erde leitend verbunden, so wählt das blaue Band nicht den kürzesten Weg zwischen den Spitzen. Dasselbe bleibt an der Spitze *a* haften, während es zur Elektrode *b* auf einem Umwege gelangt. Bei günstiger Stellung, namentlich wenn *a* positiv geladen ist, kann man es sogar dahin bringen, daß der Strom dicht bei der Spitze *b* vorbei auf die entfernte Kugel *k* geht. Der Grund dieser Erscheinungen liegt in der Dichtigkeitsveränderung der Luft im Innern des Büschels. Optisch lässt sich leicht nachweisen, daß in der Axe des Büschels, welcher von einem heftigen Luftprome begleitet ist, eine sehr merkliche Veränderung stattfindet, aus welcher sich die scheinbar abnorme Form der Entladung erklärt.

Es gehört hierher auch die eigenthümliche, fächerartige Gestalt, welche der Funkenstrom der Maschine unter gewissen Umständen annimmt. Herr Holtz erwähnt dieser Erscheinung bereits Bd. 126, Seite 168. Man erhält diese Form ganz sicher, wenn man von den beiden horizontalen Stäben, welche die messingenen Entladerkugeln tragen, den einen aus trockenem Holze herstellt. Die Funkenzahl muß hierbei auf Kosten der Helligkeit wachsen. Es erhebt sich von der kürzesten Entfernung der beiden Kugeln ein blaurothes, gestreiftes Licht, genau in vertikaler Ebene liegend. Hier ist es offenbar die aufsteigende, erwärme Luft, welche, durch die Funkenentladungen gebildet, jene Ebene leitend macht. Man kann daher durch heftiges Anblasen der Lichtscheibe auch eine horizontale Lage ertheilen. Ueber eine optische Untersuchung dieser und anderer Phänomen bleibt das Nähere einer späteren Mittheilung vorbehalten.

III. Neue Methoden zur Bestimmung der Zusammensetzung organischer Verbindungen;
von Alexander Mitscherlich.

Bei der Untersuchung einer Reihe neuer, besonders gasförmiger organischer Körper empfand ich lebhaft die Mängel, mit welchen die bisher bekannten Methoden zur Bestimmung der Zusammensetzung organischer Substanzen behaftet sind, und es gelang mir, neue derartige Methoden aufzufinden, durch die es einerseits möglich ist, die Elemente organischer Verbindungen *mit Einschluß des Sauerstoffs* direct zu bestimmen, und die auf der anderen Seite eine schnellere Ausführung bei grösserer Genauigkeit zu lassen.

Es sind dies im Wesentlichen zwei Methoden, von denen die eine zur Bestimmung von Sauerstoff und Wasserstoff, die andere zur Bestimmung von Kohlenstoff, Chlor, Brom, Jod, Schwefel und Stickstoff dient.

I. Methode zur Bestimmung des Sauerstoffs und des Wasserstoffs.

Die zu beschreibende Methode zur quantitativen Bestimmung des Sauerstoffs und Wasserstoffs in organischen Verbindungen beruht darauf, daß letztere durch Chlor bei der Rothgluth in der Weise zersetzt werden, daß der Sauerstoff sich mit dem in ihnen enthaltenen oder hinzugebrachten Kohlenstoff verbindet, während der Wasserstoff sich mit dem Chlor zu Chlorwasserstoff vereinigt. Durch Wägung des letzteren wird der Wasserstoffgehalt, und aus der entstandenen Kohlensäure und dem Kohlenoxyd, welche ihrem Gewichte nach bestimmt werden, wird der Sauerstoffgehalt der organischen Körper *direct* und *genau* ermittelt. Durch viele Versuche und durch 319 vollständige

1) Diese Abhandlung ist als Separatabdruck durch den Buchhandel zu beziehen.

Analysen habe ich diese Methode in einer Weise vervollkommenet, dass sie einerseits allen Ansprüchen in bei weitem höheren Grade genügt, als die bisher bekannten Methoden zur Bestimmung des Wasserstoffs, andererseits als das einzige allgemein anwendbare und dabei sehr genaue Verfahren zur Bestimmung des Sauerstoffs betrachtet werden muss.

Die Apparate, die zu diesen Untersuchungen benutzt wurden, sind durch die Zeichnungen Taf. V, Fig. 1, derart verdeutlicht, dass ich mich auf eine kurze Erläuterung dieser Figuren beschränken kann.

A. Ein Apparat zur Erzeugung eines continuirlichen Chlorstroms.¹⁾

Ein Trichter 1, Fig. 1, Taf. X von der in der Zeichnung angedeuteten Form ist durch einen Kautschukpropfen in den mit Braunstein gefüllten Kolben 2 von sehr dickem Glase, welcher einen andernthalb bis zweimal so grossen Inhalt als der Trichter hat, luftdicht eingefügt. Aus dem Kolben führt ein durch den Propfen hindurch gehendes Glasrohr, durch welches das im Kolben entwickelte Gas entweichen kann; dieses Rohr ist durch einen Hahn 3 zu verschließen. In der oberen Öffnung vom Trichter 1 ist durch ein Stück dicken Gummischlauchs, welches als Propfen dient, ein Rohr von der gezeichneten Form mit zwei Kugeln befestigt, das beinahe zur Hälfte mit einer concentrirten Lösung von unterschweiflgsaurem Natron oder von Zinnchlorür gefüllt ist. 5 ist ein Wasserbad, in dem der Kolben 2 steht, und 6 ein Rohr mit zwei Kugeln von der gezeichneten Form, die zum Theil mit Wasser gefüllt sind. Letzterer Apparat ist mit dem Rohr 3 und einem Chlorecalciumrohr 7 durch Gummiröhren, auf deren Güte hier, wie in allen Theilen der Apparate besonders geachtet werden muss, luftdicht verbunden.

Diesen Chlorentwickelungsapparat benutzt man in fol-

1) Die Firma Warmbrunn und Quielitz in Berlin, Rosenthalerstr. 40, will es übernehmen, genau nach meinen Angaben die Apparate, die zu diesen Analysen gebraucht werden, anfertigen zu lassen.

gender Weise: Nachdem der Hahn 3 verschlossen und das Rohr 4 entfernt ist, wird etwas gewöhnliche Salzsäure in den Trichter 1 gegossen; wenn die Flüssigkeit nach einiger Zeit nicht sinkt, also der Apparat schliesst, wird Trichter 1 zu drei Vierteln mit Salzsäure gefüllt und mit dem Rohr 4, welches die angegebene Lösung enthält, verschlossen; hierauf wird der Hahn 3 etwas geöffnet, bis ungefähr ein Drittel der Salzsäure in den Kolben getreten ist; dann wird derselbe wieder geschlossen, und das Wasserbad wird erwärmt. Sobald die Chlorentwickelung beginnt, wird der Hahn von Neuem geöffnet, und das Gas aus dem Chlorcalciumrohr 7 in einen beliebigen Apparat geleitet, in welchem das Chlor absorbirt wird, z. B. in Apparate wie die mit F bezeichneten, bestehend aus einem Rohr 32 und einer Woulff-schen Flasche 31, welche eine concentrirte Lösung von Zinnchlorür in zwei Theilen Wasser und einem Theile Alkohol enthält, oder die mit Eisestückchen und mit einer Flüssigkeit, bestehend aus einem Theil Salzsäure, einem Theil Alkohol und zwei Theilen einer concentrirten Eisenvitriollösung, gefüllt ist. Mit dieser Flasche steht in Verbindung ein nach meinem Vater benannter Kaliapparat 32, in dem sich dieselben Flüssigkeiten befinden. Es sind dies die Apparate und Lösungen, die in später zu beschreibender Weise bei der Analyse selbst benutzt werden, die aber, wenn man nach längerem Gebrauche nicht mehr vollständiges Zutrauen zu ihrem Absorptionsvermögen hat, hier noch zweckmäßig verwendet werden können.

Da sich bald eine genügende Menge Chlor bildet, so muss das Erwärmen des Kolbens nach kurzer Zeit unterbrochen werden. Ist die Luft aus dem Kolben verdrängt, so dass nur in langen Zwischenräumen Gasblasen im Rohr 32 entstehen, so ist das Chlor für die Analyse genügend rein, und der Apparat zum Gebrauch für dieselbe geeignet. Die Entwicklung von vollständig reinem Chlorgas lässt sich bei Anwendung des gewöhnlichen Braунsteins nicht erzielen, weil eine Spur einer fremden Gasart, die jedoch für unsern Prozess ohne jeden Einfluss ist, und wahrschein-

lich aus Stickstoff besteht, zugleich mit dem Chlor entweicht. Die Stärke des Chlorstroms kann durch Hahn 3 geregelt werden. Lässt die Entwicklung nach, so wird das Wasserbad wieder erwärmt. Soll der Apparat nicht mehr benutzt werden, so entfernt man vermittelst eines Hebers das Wasser aus dem Wasserbade 5 und gießt in dasselbe vorsichtig kaltes Wasser, wodurch die Chloorentwickelung bald unterbrochen wird; ist diese überhaupt schon schwach, so ist nur nöthig mit dem Erwärmen aufzuhören. Durch erneutes Heizen des Wasserbades erhält man jeder Zeit einen Chlorstrom. Ist die Salzsäure verbraucht, so entfernt man die im Kolben befindliche Lösung durch das Rohr 3, gießt neue Salzsäure in den Trichter 1 und verfährt weiter, wie eben angegeben.

B. Apparate, welche zur Aufnahme der zu untersuchenden Substanzen dienen.

Diese Apparate sind verschieden, je nach den Eigenchaften der zu analysirenden organischen Körper.

B' besteht aus zwei Röhren von der gezeichneten Form, nämlich aus der Röhre 8, die auf der einen Seite etwas ausgezogen ist, und an der andern nahe ihrem Ende bei 8 so verengt ist, dass sie vermittelst eines passenden Gummischlauches, der auch hier als Ppropfen dient, und den man durch etwas Fett schlüpfri g gemacht hat, leicht luftdicht in das Porcellanrohr C eingepasst werden kann, und außerdem noch aus einer zweiten Röhre 9 von ganz dünnem Glase, die gerade in das Porcellanrohr C hineinpasst. Diese letztere nimmt in dem Porcellanrohr ungefähr den durch die Zahlen 9 und 27 bezeichneten Raum ein, und ist von beiden Seiten ein klein wenig verengt, so dass eine hineingeschüttete Substanz nicht leicht herausfallen kann. Bei Anwendung einer grösseren Menge eines Körpers oder einer sich stark aufblähenden Substanz wählt man zweckmäßig ein noch etwas längeres Rohr.

B'' besteht aus zwei gabelförmigen Röhren von der gezeichneten Form; die eine davon wird durch ein Gummi-

rohr bei 10 mit dem Chlorcalciumrohr 7 in Verbindung gesetzt; die andere, die bei 17 etwas ausgezogen ist, damit man wie bei 8 einen guten Verschluß bewirken kann, hat eine Kugel 15 und ist bei 18 und 19 verengt. Beide Röhren sind bei 12 und 14, sowie bei 11 und 13 durch Gummiringe verbunden; diese Verbindungen können leicht durch Quetschhähne verschlossen werden. Zweckmäßiger, aber bedeutend kostspielig ist es, wenn bei 12, 13 und 18 an Stelle dieser ganz kleine Glashähne eingeschmolzen sind.

B'' besteht aus einem gabelförmigen Rohr, welches bei 20 zu demselben Zweck, wie die vorher beschriebenen Röhren (bei 8 und 17) verengt ist, und welches bei 21 mit dem Chlorcalciumrohr 7 und bei 22 mit einem pipettenartigen Gefäß 23, das in einem Cylinder 26 steht, durch den Hahn 24 und den Gummischlauch 25 in Verbindung ist. Das pipettenartige Gefäß ist zweckmäßig, wie die Zeichnung bei 23 angibt, mit zwei Marken versehen, welche ein gemessenes Volumen bezeichnen.

C. Apparate zum Erhitzen der Körper mit Chlor bei Gegenwart von Kohle.

C ist ein Porcellanrohr von ungefähr 600^{Mm} Länge und 9^{Mm} innerem Durchmesser, das beim Gebrauch von Apparat *B'* zwischen den in der Figur mit 27 und 28 bezeichneten Stellen und bei Benutzung von Apparat *B''* oder *B'* fast ganz mit vorher stark geglühten Holzkohlenstückchen angefüllt ist. Am Ende des Porcellanrohres bei 29 ist, damit leicht ein Gummirohr befestigt werden kann, ein Glasrohr von der unter *B'* 8 beschriebenen Form durch ein als Ppropfen dienendes Gummirohr luftdicht eingepaft. Zur Vorbereitung für die Untersuchung erhitzt man nach dem Einpassen des Rohres 8 die Röhre *C* von der Stelle 9 bis 28 durch einen Brenner von der gezeichneten Form bis zur Rothgluth, indem man von der Seite, wo 9 liegt, beginnt.

Es ist dies der Brenner, den ich zu dem von mir beschriebenen Bade für die gefahrlose Erhitzung von zuge-

schmolzenen Glasröhren¹⁾ gegenwärtig anwende, und der sich von dem in der genannten Abhandlung beschriebenen dadurch unterscheidet, dass er, statt mit einem gemeinsamen Drahtnetze versehen zu seyn, aus einzelnen Bunsen'schen Brennern besteht. Statt seiner kann man jeden beliebigen Brenner, der zu den gewöhnlichen Verbrennungsanalysen gebraucht wird, anwenden, am besten einen solchen, der das Porcellanrohr möglichst wenig durch Strahlung erwärmt und somit erlaubt, dass sich das Rohr ganz in der Nähe der rothglühenden Stelle noch kalt anfühlt, wie dies bei dem gezeichneten Brenner der Fall ist.

Ein langsamer Strom von Chlor wird durch das Porcellanrohr während des Erwärmens desselben hindurch geleitet, bis die Absorptionsapparate für das Chlor, die hierbei ebenso wie bei der anfänglichen Chlorentwickelung benutzt werden, zeigen, dass nur reines oder richtiger fast reines Chlor aus dem Porzellanrohr entweicht.

D. Apparat zur Aufnahme der durch Abkühlung condensirbaren Körper.

Dieser Apparat besteht in einer etwas gröfseren, vollständig trockenen Kugel *D*, die auf der einen Seite mit *C*, auf der andern mit *E* in Verbindung steht, und in der die Gasarten etwas verweilen müssen, so dass sich die in denselben befindlichen, durch Abkühlung condensirbaren Körper darin absetzen. Statt einer solchen Kugel kann man auch einen leeren Kaliapparat zweckmässig anwenden.

E. Apparat zur Absorption von Chlorwasserstoff.

Derselbe besteht aus einem Mitscherlich'schen Kaliapparat, der, damit er mehr Lösung aufnehmen kann, und damit die Gasarten länger in ihm verweilen, von mir, wie die Zeichnung andeutet, so abgeändert ist, dass die Kugeln viel gröfser, aber platt zusammengedrückt sind, und dass das Rohr bei 30 etwas verlängert ist. Er wiegt ungefähr 24 Grm. und fasst bei der für den Gebrauch nothwendigen

1) S. Zeitschrift für praktische Chemie, Bd. LXXXIII, S. 483

Füllung ungefähr 40 CC. Lösung. In diesem Apparate befindet sich eine ganz concentrirte Lösung von salpetersaurem Bleioxyd, die warm hineingebracht ist, so dass sich im Apparate selbst Krystalle abscheiden. Diese ganz gesättigte Lösung nimmt nur sehr geringe Mengen von Chlor, die für die Bestimmung des Wasserstoffs vernachlässigt werden können, auf, während alle Chlorwasserstoffsäure, wenn die Operation nicht zu schnell erfolgt, von ihr absorbiert wird. Die Verlängerung 30 ist zur Erzielung einer guten Absorption sehr zweckmässig; auch empfiehlt es sich den Apparat mit der Lösung so zu füllen, dass beim Schieffstellen desselben die letzte Kugel nur sehr wenig oder gar keine Lösung enthält, damit die sich etwa bildenden Salzsäuredämpfe in derselben verdichtet werden können. In den Figuren sind diese sogenannten Kaliapparate, um sie deutlich zu veranschaulichen, senkrecht stehend gezeichnet, bei der Operation müssen dieselben aber stets etwas schief, d. h. den oberen Theil mehr zurück, gestellt werden, indem man die ein und- austührenden Röhren auf Klötzchen, die etwas niedriger wie die Apparate selbst sind, ruhen lässt.

Beabsichtigt man nur eine Sauerstoffbestimmung, so fallen die beiden Apparate D und E fort.

F. Apparate zur Aufnahme des Chlors und einiger Zersetzungspprodukte.

Diese bestehen in einer Woulff'schen Flasche 31 von ungefähr 200 CC. Inhalt und in einem gewöhnlichen Mischscherlich'schen Kaliapparat 32, die beide mit den früher angegebenen Flüssigkeiten gefüllt sind. Zu der Flasche gehören zwei durch Kautschuckpfropfen luftdicht eingepafste Röhren; die erste, welche das Gas hineinführt, ist oben mit einer Kugel versehen, damit man leicht beobachten kann, ob die Flüssigkeit zurückgetrieben wird, und ob demgemäß entsprechende Vorkehrungen getroffen werden müssen. Die zweite Röhre ragt nur soweit in die Flasche hinein, als sie vom Pfropfen umgeben ist.

G. Apparate zur Aufnahme von Kohlensäure und Kohlenoxyd.

33 ist ein gewöhnlicher Mitscherlich'scher Kaliapparat, der zur Absorption der Kohlensäure mit Kalilösung gefüllt ist; 34, 35 und 36 sind Apparate wie E. Diese Gefäße sind, soweit es ihr Gebrauch gestattet, mit einer concentrirten Lösung von Kupferchlorür in Salzsäure gefüllt. Letztere verschafft man sich, indem man eine gesättigte Kupferchloridlösung mit Kupferstückchen bei einem Ueberschus von Salzsäure in einer gut verschlossenen Flasche längere Zeit in Berührung lässt. In einem solchen Gefäße kann man die Kupferchlorürlösung stets vorrätig halten; und selbst die gebrauchte Lösung, die man nach dem Auskochen derselben hineingethan, ist nach kurzer Zeit von Neuem verwendbar. Enthält diese soviel Salzsäure, daß Chlorwasserstoff an der Luft entweicht, ein Umstand, der für die Absorption sehr günstig ist, so setzt man zu der im letzten Apparate befindlichen Lösung vorher ein wenig Kali hinzu, damit die während der Operation freiwerdende Chlorwasserstoffsäure wieder aufgenommen wird.

H. Vorrichtungen zur Aufhebung des Drucks der Flüssigkeiten in den Apparaten.

H' ist ein einfacher an einem Gummischlauche befindlicher Hahn, durch den man während der Operation von Zeit zu Zeit nach Bedürfnis Luft mit dem Munde heraussaugt.

H'' besteht aus einem großen pipettenartigen Gefäß von ungefähr 500 CC Inhalt mit langem Rohr, das auf der einen Seite in einem mit Wasser gefüllten Gefäß steht, und auf der andern mit Hahn *H'* in Verbindung ist. Man befestigt dies Gefäß durch eine Klemme, saugt mit dem Munde dasselbe voll Wasser und bringt es dann mit 36 in Verbindung. Durch Öffnen des Hahnes *H'* verdünnt man die Luft in den Apparaten.

Nachdem die angeführten Vorbereitungen getroffen sind, kann man zur Analyse selbst übergehen. — Die Ope-

ration ist verschieden je nach der Natur der zu untersuchenden Substanzen; und es sind in dieser Beziehung drei Fälle zu unterscheiden, je nachdem die Körper bei gewöhnlicher Temperatur gasförmig oder bei 150° vollständig flüchtig sind, oder endlich bei noch höherer Temperatur in Dampfform verwandelt oder zersetzt werden.

Ich werde zuerst die Behandlungsweise der zuletzt genannten Körper beschreiben, und dann die Veränderungen in der Methode anführen, die für die Untersuchung derjenigen Körper, welche in der angegebenen Weise in ihren Eigenchaften von den genannten abweichen, nothwendig sind.

Analyse der nur bei hoher Temperatur flüchtigen oder zersetzbaren Körper.

Das einen Theil des Apparates *B* bildende Rohr 9 bis 27 wird gewogen, dann je nach der gewünschten Genauigkeit der Analyse mit 0,2 bis 1 Grm. darin vertheilter Substanz gefüllt, wieder gewogen und in das Porcellanrohr *C*, das natürlich abgekühlt seyn muss, vorsichtig hineingebracht, so dass es in *C* ungefähr zwischen 9 und 27 zu liegen kommt. Mit Hülfe des Rohres 8 wird, nachdem überall ein luftdichter Verschluss herbeigeführt ist, ein langsamer Chlorstrom durch das Porcellanrohr geleitet, und letzteres wird von nahe 27 bis 28 in der vorher angeführten Weise so bis zum schwachen Glühen erhitzt, dass die Stelle bei 27 noch vollständig kalt anzufühlen ist. Die entweichenden Gasarten werden in die schon vorher benutzten Apparate, die zur Absorption des Chlors dienen, geleitet. Sobald Gase nicht in grösserer Menge, als beim reinen Chlorstrom unabsoirt hindurch gehen, untersucht man sorgfältig, ob nicht Spuren von Wasser sich im Rohr 29 abgesetzt haben; ist dies der Fall gewesen, so muss das Rohr vor Beginn des Prozesses vollständig getrocknet werden. Während der Erwärmung des Porcellanrohres werden die Apparate *E* und *G* gewogen, und zwar so, dass man entweder die drei Kupferchlorürapparate gleichzeitig, oder die beiden ersten zusammen wägt; dann wer-

den alle Apparate mit einander in Verbindung gebracht und mit Stickstoff, den man durch Verbrennen von Phosphor in einer mit Luft gefüllten Glocke darstellt und durch einen mit Kalilösung gefüllten Kaliapparat reinigt, so gefüllt, daß die Kupferchlorürlösung so kurze Zeit als möglich mit der atmosphärischen Luft in Berührung bleibt. Darauf wird *D* mit *C* durch eine Gummiröhre, die man durch einen Quetschbahn verschließt, verbunden; dann untersucht man mit Hülfe der Vorrichtung *H*, indem man die Luft in den Apparaten verdünnt, ob vollkommener Verschluß vorhanden ist; sollte dies nicht der Fall gewesen seyn, was bei guten Gummiröhren nie vorkommt, so müssen die Apparate von Neuem mit Stickstoff gefüllt werden. Nach dieser Prüfung öffnet man den Hahn *3* und überzeugt sich durch Anwendung von Ammoniak davon, daß keine Spuren von Chlor aus den Apparaten entweichen, umhüllt darauf die betreffenden Theile der Apparate bei *8* und *29* mit einem Gypsbrei und fängt bei schwachem Chlorstrom langsam an, das Porcellanrohr über *27* hinaus zu erhitzen. Die Stellen *27* und *9* desselben, bis zu denen die Röhren von *B'* reichen, sind mit Zeichen versehen.

Die in *B'* *9*, *27* hineingebrachten Substanzen werden bei der Erwärmung durch Einwirkung des Chlors zersetzt; nur Kohle bleibt zurück, während der Wasserstoff in Verbindung mit Chlor und der Sauerstoff in Verbindung mit Kohle entweicht. Enthält die Substanz nicht genug Kohlenstoff, so dient die in das Porzellanrohr gebrachte Kohle dazu, allen Sauerstoff an Kohlenstoff zu binden. Ist man mit dem Erhitzen des Porzellanrohres allmälig bis *9* vorgegangen, und zeigen sich nur soviel Blasen im Apparat *32*, wie beim Anfang der Operation entstanden, so ist der Proceß beendet.

Wenn Substanzen durch die hohe Temperatur leicht zurückgetrieben werden, wie z. B. Benzoesäure und Stearin-säure, so ist es, um zu vermeiden, daß ein Theil derselben unverbrannt bei *8* zurückbleibt, nöthig, durch einen ein-

fachen Bunsen'schen Brenner bei 9 das Porcellanrohr bis zum Glühen zu erwärmen. — Bei solchen Körpern, und bei Flüssigkeiten ist es außerdem sehr zweckmäßig, der Substanz geglühte und dadurch vom Wasser befreite Bimssteinstückchen schnell beizumengen, welche dieselben entweder gleich oder nach dem Schmelzen aufsaugen.

Während der Operation kann eine Unterbrechung, auch bei durchaus fehlerlosem Verfahren, durch Aufblähen der Substanz im Glasrohr und Heraustreten derselben in das Porcellanrohr bei 27 bedingt werden. Diese Störung wird an einer Unterbrechung des Chlorstroms bei gleichzeitiger Entwicklung von Gasblasen bei E sofort erkannt und ist dadurch zu beseitigen, dass man die zuletzt erhitzte Stelle etwas abkühlen lässt, oder dadurch, dass man die Luft in den Apparaten mehr verdünnt. Bei 28 findet eine Verstopfung im Allgemeinen nur dann statt, wenn sich viel fester Chlorkohlenstoff bei dem Proces bildet; eine solche ist zu erkennen durch das Aufhören der Gasblasen in E und das Zurücktreten des Chlors bei 6; diese Störung ist durch vorsichtiges Erhitzen bei 28 zu beseitigen.

Nach Beendigung der Zersetzung und nach dem Aus treiben der Producte derselben aus dem Porcellanrohr verschließt man wieder durch einen Quetschhahn das Gummirohr bei 29, zieht es vorsichtig vom Rohr bei D fort, bringt dasselbe unmittelbar mit dem Kaliapparat, der sich an der den Stickstoff enthaltenden Glocke befindet, in Verbindung und lässt dann einen langsamem Strom von Stickstoff durch die Röhren so lange gehen, bis man überzeugt ist, dass dieselben ganz damit gefüllt sind. Diese Röhren nimmt man dann auseinander, bewegt sie ein wenig, damit Luft in die Apparate tritt, und wägt sie wieder. Vier Siebentel von dem Gewicht des Kohlenoxyds und acht Elftel von dem der Kohlensäure bestehen aus Sauerstoff.

Ist man berechtigt zu glauben, dass etwas Kohlenoxyd oder Kohlensäure unabsorbirt durch die Apparate in die Pipette H' gelangt ist, so befestigt man an dem unteren Ende derselben einen Gummischlauch mit einem Hahn, bringt

sie mit dem oberen Ende zuerst in den mit Wasser gefüllten Cylinder 26, Fig. 1, und lässt die in derselben befindliche Gasart noch einmal durch die Kali- und Kupferchlorürapparate gehen. —

Der Zweck der besprochenen Apparate und der Lösungen ist wohl einleuchtend; zu bemerken ist jedoch, dass der Alkohol, der sich bei der Zinn- oder Eisenlösung befindet, deswegen hinzugesetzt ist, weil er eine eigenthümliche Gasart, wahrscheinlich Dämpfe von flüssigem Chlor-kohlenstoff, die sich bei dem Proces bilden und sich auf dem Kali als Flüssigkeit absetzen, so absorbiert, dass sie nicht mehr nachtheilig wirken können. —

Sehr vereinfacht würde die besprochene Methode werden, wenn man zur Zerlegung der organischen Substanzen Chlorverbindungen statt des Chlorstromes anwenden könnte. Versuche, die zu diesem Zweck mit Chlorkohlenstoff, Quecksilberchlorid u. a. m. angestellt sind, zeigten zwar, dass durch dieselben eine ähnliche Zerlegung wie durch Chlor vor sich ging, aber auch dass letztere meist nicht vollständig war, und dass außerdem andere Gasarten hierbei entstanden, die von den Absorptionsapparaten aufgenommen wurden. Wie diese Versuche angestellt sind, ist bei der Erfolglosigkeit derselben wohl überflüssig anzugeben.

Es würde für diese Untersuchung von großer Wichtigkeit seyn, wenn man an Stelle der genannten Apparate, die mit Kupferchlorür gefüllt sind, einen *einzig* Apparat mit wenig Flüssigkeit anwenden könnte, in welchem eine *vollständige Absorption des Kohlenoxydgases* erfolgte. Um eine derartige Lösung aufzufinden, wurden von mir viele Versuche angestellt; keine Lösung zeigte sich indefs vortheilhafter, als die benutzte Flüssigkeit. —

Andere Versuche, welche zum Zweck hatten, die Entwicklung entweder von Kohlenoxyd oder von Kohlensäure bei der Operation zu vermeiden, waren ebenfalls erfolglos; ebenso wenig gelang es, Kohlenoxyd in einer für die Analyse zweckmässigen Weise in Kohlensäure überzuführen.

Die letztgenannten Versuche wurden so angestellt, daß die Gasarten, nachdem die Kohlensäure absorbirt war, durch ein schwach roth glühendes, mit Kupferoxyd gefülltes Rohr, und nachher durch einen Kaliapparat geleitet wurden. Eine in dieser Weise hervorgebrachte Oxydation des Kohlenoxyds ist indefs für die Zwecke der Analyse nicht zu brauchen, da geringe Mengen von Kohlenstoffverbindungen mit dem Kohlenoxyd entweichen, die durch das Kupferoxyd ebenfalls in Kohlensäure umgewandelt werden, so daß dadurch ein falsches Resultat hervorgebracht wird.

Versuche, Kohlenoxyd durch eine concentrirte Lösung von Natriumpalladiumchlorür bei Reduction des Metalles in Kohlensäure zu verwandeln, führten bei zweckmässiger Einrichtung der Apparate, wie die später angegebene Analyse zeigt, zum Ziel, sind aber, da die Umwandlung nur an der Oberfläche der Flüssigkeit und darum sehr langsam geschieht, nur in Ausnahmefällen für die Analyse zu benutzen. Andere Lösungen oder feste Körper, die schneller eine derartige Umwandlung bewirken und sonst gut anwendbar sind, habe ich nicht ermitteln können. —

Für eine Anzahl Stickstoffverbindungen, wie Cinchonin, Chinin u. a. m., in denen viel Kohlenstoff auf wenig Stickstoff enthalten ist, ist die Absorption der Kohlensäure durch Kali nicht ausführbar, weil zugleich vom Kali ein Körper aufgenommen wird, den ich durch kein Absorptionsmittel, weder durch Alkohol, noch durch Glycerin, noch durch die verschiedensten Säuren und Salze, habe vorher entfernen können.

Nach vielen Versuchen ist es mir endlich gelungen, durch eine Mischung einer concentrirten Lösung von essigsaurerem Bleioxyd mit kalt gefällter Thonerde, die *Kohlensäure ohne* das besprochene Gas hinreichend zu absorbiren. Diese Mischung wird in drei gewöhlliche Kaliapparate gebracht, die zusammen gewogen werden können. Die ganze Operation wird langsam ausgeführt, damit die Absorption möglichst vollständig vor sich geht. Die hierbei durch Bildung von koblenzaurem Bleioxyd freigewordene Essigsäure

wird an Thonerde gebunden und wirkt in Folge dessen nicht mehr nachtheilig auf die weitere Absorption der Kohlensäure ein.

Nach einer Analyse solcher stickstoffhaltigen Körper müssen die Lösung der Apparate *F*, die zur Absorption des Chlors gedient haben und sonst für eine gröfsere Reihe von Analysen gebraucht werden können, erneuert werden, weil von denselben geringe Mengen der besprochenen Gasart absorbiert werden, die allmälig wieder daraus entweichen.

Analyse der unter 150° flüchtigen Körper.

Bei Körpern, die unter 150° sich vollständig verflüchtigen oder durch Chlor zersetzt werden, wendet man statt der Röhre *B* Röhren von der Form *B'* an, von denen die mit der Kugel versehene gewogen wird. Nachdem die Substanz von 13 aus in die Kugel gebracht und das Rohr fast bis zur Kugel von Spuren der Substanz gereinigt ist, wird dasselbe wieder gewogen und in *C*, wie früher angegeben, luftdicht eingefügt; dann wird 11 mit 13, 12 mit 14 und 10 mit dem Chlorcalciumrohr 7 durch Gummiröhren in Verbindung gesetzt, und bei 12 und 14 wird durch einen Quetschhahn der Verschluss bewirkt. Die Verengungen bei 18 und 19 haben den Zweck, ein Verdampfen der Substanz vor der Analyse zu verhindern; man muss deshalb dafür sorgen, dass der zu untersuchende Körper nicht bis 18 gelangt. Ist derselbe sehr leicht flüchtig, so thut man besser, das Glasrohr mit dem Gummirohr und dem Quetschhahn bei 13 zu wägen. Am besten sind aber für solche Substanzen die Glashähne bei 13 und 18 anzuwenden, deren Gebrauch sich von selbst ergiebt; die Verengungen des Rohres können dann fortbleiben.

Der Hahn bei 3 wird, sobald die nöthigen Vorrichtungen getroffen sind, etwas geöffnet; der Quetschhahn bei 12 wird entfernt und das Porcellanrohr anfangs an den Stellen von 9 bis 28 und später von 9 bis 27 bis zur Rothgluth erhitzt, um Spuren von Feuchtigkeit oder von

organischen Substanzen zu entfernen. Sind auch die anderen Vorbereitungen zur Untersuchung soweit gediehen, daß die eigentliche Analyse beginnen kann, so wird das Rohr durch einen Quetschhahn bei 12 geschlossen und bei 11 geöffnet. Wenn nothwendig, wird die Kugel bei 15 zur Verflüchtigung der Substanz allmälig erwärmt. Gegen Ende des Proesses entstehen leicht bei einzelnen Körpern Explosionen. Damit einem bierdurch möglicher Weise bedingten Fehler vorgebeugt werde, muß das Rohr zwischen den Zahlen 13 und 15 ziemlich lang seyn.

Analyse gasförmiger Körper.

Bei gasförmigen Körpern wird Rohr *B''* bei 20 luftdicht in *C* eingefügt und bei 21 mit Chlorcalciumrohr 7 in Verbindung gesetzt; es wird dann ein wenig Chlor hindurch geleitet, so daß *B''* mit Chlor gefüllt ist; darauf wird das Rohr bei 22 mit dem Glasgefäß 23 in Verbindung gebracht. In diesem Gefäß, das in dem mit Wasser oder, wenn nöthig, mit Quecksilber gefüllten Cylinder 26 steht, befindet sich die zu untersuchende Gasart. Den Punkt, bis zu welchem letztere dasselbe anfüllt, bezeichnet man bei gleicher Wasserhöhe mit einer Marke und bestimmt nach der Analyse mit Berücksichtigung von Thermometer und Barometer und unter Berechnung des Feuchtigkeitsgehaltes das Volumen der Gasart. Zweckmässiger arbeitet man mit stets bis zu der Marke 23 gefülltem Gefäße und läßt auch die Gasart stets bis zu der andern Marke 23 ausströmen, so daß ein für allemal das Volumen des Gases gemessen ist. Je nach der Menge des zu analysirenden Gases wählt man grössere oder kleinere derartige Gefäße.

Wenn die Operation vollständig, wie früher angegeben, vorbereitet ist und ein langsamer Chlorstrom durch 20 und 21 hindurch geht, wird bei gehöriger Verdünnung der Gasart in den Apparaten der Hahn 24 sehr wenig geöffnet, so daß stets Chlor in bedeutendem Ueberschufs zugleich mit der zu analysirenden Gasart in das glühende Porcellan-

rohr einströmt; sobald das Wasser in dem pipettenartigen Gefäß bis zu der zweiten Marke gelangt ist, verschließt man den Hahn 24, lässt kurze Zeit Chlor durch das Porcellanrohr hindurchgehen und verfährt weiter, wie oben angegeben.

Analyse der unorganischen Körper.

Auch auf die meisten unorganischen Körper lässt sich die beschriebene Methode der Bestimmung des Wasserstoffs und Sauerstoffs anwenden. Bei nicht flüchtigen Substanzen, die sehr schwer ihren Sauerstoff abgeben, wie z. B. bei schwefelsauren Salzen, ist es nothwendig, dass dieselben zu diesem Zweck mit geglühter Kohle innig gemengt in das Rohr *B'* 9 gebracht werden. Das übrige Verfahren hierbei unterscheidet sich in keiner Weise von den eben besprochenen Methoden.

Ich habe auf diese Weise mit Apparat *B'* neben vielen anderen folgende Körper analysirt: Naphtalin, Rohrzucker, Weinsäure, Traubensäure, Benzoesäure, Citronensäure, Harnstoff, Benzamid, Nicotin, Coffein, Cinchonin, neutrales schwefelsaures Cinchonin, weinsaures Ammoniak, schwefelsaures Ammoniak, phosphorsaures Ammoniak, saures phosphorsaures Ammoniak, äpfelsaures Bleioxyd, milchsäuren Kalk, Brechweinstein, saures schwefelsaures Kali, schwefelsaures Zinkoxyd-Ammoniak, schwefelsaures Nickeloxydul-Ammoniak, schwefelsaures Eisenoxydul-Ammoniak, schwefelsaures Kupferoxyd-Kali, schwefelsaures Chromoxyd-Kali, zweifach chromsaures Kali, salpetersaures Bleioxyd und phosphorsaures Natron.

Mit Apparat *B''* sind untersucht worden: Wasser, Alkohol, Aether, Essigsäure und Benzin.

Außerdem habe ich mit Apparat *B''* Luft, Leuchtgas, ölbildendes Gas, Grubengas, und einige neue Gasarten der Analyse unterworfen.

Diese Analysen haben ergeben, dass die beschriebene Methode mit Ausnahme der später angeführten Substanzen

bei allen organischen und den meisten unorganischen Körpern anwendbar ist. Die Resultate der angegebenen Analysen stimmten mit den bekannten Thatsachen über die Zusammensetzung der untersuchten Körper überein.

Nicht anwendbar ist die Methode zur Bestimmung des Sauerstoffs bei denjenigen anorganischen Substanzen, die sich gar nicht, oder nur sehr langsam durch Einwirkung von Chlor und Kohle zerlegen, wie Thonerde, Chromoxyd, phosphorsaure Salze u. dergl. m. Die Methode zur Bestimmung des Wasserstoffs in organischen, sowie in unorganischen Körpern ist bei Schwefelverbindungen und bei solchen Körpern, die sich in der Hinsicht ähnlich wie letztere verhalten, wie z. B. Selenverbindungen usw., mit Fehlerquellen verbunden, weil hier flüchtige Chlorverbindungen entstehen, die durch das salpetersaure Bleioxyd großen Theils aufgenommen werden. — Wie bei derartigen Körpern der Wasserstoff bestimmt wird, ist weiter hinten angegeben.

Um die Genauigkeit der Methoden zu zeigen, führe ich folgende Analysen an, die gerade in der letzten Zeit ausgeführt worden sind.

a) Analyse vermittelst Absorption der Kohlensäure durch Kali und Umwandlung des Kohlenoxyds durch Natriumpalladiumchlorit in Kohlensäure. (Nicht gut anwendbare Methode.)

Angewandt: 0,399 Grm. äpfelaures Bleioxyd.

	Gefunden:	Berechnet:
Kohlensäure	0,155 Grm.	—
Kohlensäure aus Kohlenoxyd	0,055 Grm.	—
Sauerstoff	33,3 Proc.	32,6 Proc.

b) Analyse bei Absorption der Kohlensäure durch essigsaurer Bleioxyd und Thonerde und des Kohlenoxyds durch Kupferchlorit:

Angewandt: 0,289 Grm. Cinchonin:

	Gefunden:	Berechnet:
Kohlensäure	0,007 Grm.	—
Kohlenoxyd der beiden ersten Apparate	0,016 Grm.	—

	Gefunden:	Berechnet:
Kohlenoxyd des letzten Apparates	0,002 Grm.	—
Chlorwasserstoff	0,813 Grm.	—
Sauerstoff	5,32 Proc.	5,19 Proc.
Wasserstoff	7,71 Proc.	7,79 Proc.

Angewandt: 0,196 Grm. schwefelsaures Cinchonin.

	Gefunden:	Berechnet:
Kohlensäure	0,021 Grm.	—
Kohlenoxyd der beiden ersten Apparate	0,032 Grm.	—
Kohlenoxyd des letzten Apparates	0,006 Grm.	—
Chlorwasserstoff ist mit Chlor-schwefel verunreinigt. Wasserstoff ist weiter hinten bestimmt.	—	—
Sauerstoff	18,87 Proc.	18,76 Proc.

Analysen bei Absorption der Kohlensäure durch Kali und des Kohlenoxyds durch Kupferchlorür.

Angewandt: 1,038 Grm. Benzoeshwefelsaurer Baryt.

	Gefunden:	Berechnet:
Kohlensäure	0,340 Grm.	—
Kohlenoxyd der beiden ersten Apparate	0,095 Grm.	—
Kohlenoxyd des letzten Apparates	0,004 Grm.	—
Sauerstoff	29,27 Proc.	29,14 Proc.

Angewandt: 0,890 Grm. Harnstoff.

	Gefunden:	Berechnet:
Kohlensäure	0,306 Grm.	—
Kohlenoxyd der beiden ersten Apparate	0,020 Grm.	—
Kohlenoxyd des letzten Apparates	0,003 Grm.	—
Chlorwasserstoff	2,184 Grm.	—
Sauerstoff	26,48 Proc.	26,66 Proc.
Wasserstoff	6,72 Proc.	6,66 Proc.

Angewandt: 0,537 Grm. Rohrzucker.

	Gefunden:	Berechnet:
Kohlensäure	0,349 Grm.	—
Kohlenoxyd	0,041 Grm.	—
Chlorwasserstoff	1,278 Grm.	—
Sauerstoff	51,62 Proc.	51,47 Proc.
Wasserstoff	6,51 Proc.	6,43 Proc.

Die Fehler bei Anwendung der beiden letzten, guten Methoden liegen für die Sauerstoffbestimmung in den Wägungen und betragen bei den angewandten sehr geringen Mengen doch immer weniger als 0,25 Proc.; bei der Wasserstoffbestimmung betragen sie weniger als 0,09 Proc. Bei Anwendung von mehr Substanz lässt sich noch eine grössere Genauigkeit erzielen. Die Fehler bei Anwendung der bisher bekannten Methoden zur organischen Elementaranalyse schätzt man bei der Bestimmung des Wasserstoffs ungefähr bis auf 0,2 Proc. Die grossen Vortheile, welche die *directe* Bestimmung des Sauerstoffs und die geschilderte außerordentlich genaue Bestimmung des Wasserstoffs gewähren, sind somit einleuchtend.

II. Bestimmung von Kohlenstoff, Chlor, Brom, Jod, Schwefel und Stickstoff.

Die Bestimmung des Kohlenstoffs nach den bisher gebräuchlichen Methoden enthält in der Anwendung des Kupferoxyds oder der andern Körper, die zur Verbrennungsanalyse dienen, erhebliche Fehlerquellen, so dass im Allgemeinen die Fehler bei guten derartigen Bestimmungen zwischen zwei bis drei Zehntel Prozent betragen. Außerdem sind die Vorbereitungen dazu verhältnismässig sehr zeitraubend. Die Methode der Analyse, die ich hier beschreiben werde, lässt in den meisten Fällen eine *fünfmal* grössere Genauigkeit zu, ist ohne viele Vorbereitungen und in verhältnismässig kurzer Zeit mit der grössten Sicherheit auszuführen.

Die Bestimmungen von Chlor, Brom, Jod und Schwefel werden bei der neuen Methode *zugleich* mit der Bestimmung des Kohlenstoffs und des Stickstoffs durch eine einzige Analyse gemacht; dieselben sind frei von den grossen Fehlerquellen, die die Anwendung von Kalkerde usw. mit sich bringt und geben außerdem eine verhältnismässig grosse Genauigkeit.

Die Bestimmung des Stickstoffs wird mit geringer Mühe und der grössten Genauigkeit zugleich mit der der genannten Körper ausgeführt.

Diese analytischen Methoden beruhen einfach darauf, dass man die zu untersuchenden Substanzen in einem Wasserstoffstrom verflüchtigt, den Wasserstoff mit den darin enthaltenen verflüchtigten Körpern in einem besondern Apparate in reinem Sauerstoff verbrennt, das gebildete Wasser durch Schwefelsäure entfernt und die andern Producte der Verbrennung mit Ausnahme des Stickstoffs, den man durch das Volumen bestimmt, in gewogenen Apparaten, jedes für sich, auffängt.

Apparate und Vorbereitung zur Analyse.

Die Apparate, die ich zu diesen Analysen anwende, kann man sich leicht mit Hülfe der hinten angefügten Zeichnungen Fig. 2 und 3, Taf. X., veranschaulichen. Der Apparat Fig. 2 besteht aus zwei Röhren, der Hauptröhre A, aus sehr gut gekühltem, nicht leicht schmelzbarem Glase, die einen inneren Durchmesser von 12^{mm} hat, und deren Länge von c bis d 200^{mm} , von d bis e 130^{mm} , von e bis f 250^{mm} , von f bis g 50^{mm} , von g bis h 30^{mm} , von h bis i ebenfalls 30^{mm} und von i bis j 100^{mm} beträgt, und außerdem aus dem Rohr B, das einen beliebigen Durchmesser haben kann, in A, wie die Zeichnung angiebt, eingeschmolzen ist und mit einem Sauerstoff haltenden Gasometer, an dem sich eine Vorrichtung zur Reinigung dieses Gases von Koblen-säure befindet, in Verbindung steht. Ob letztere Gasart vollständig durch diese Vorrichtung, an der man auch die Mengen der entweichenden Gasart erkennen muss, auch

bei schnellerem Sauerstoffstrome entfernt wird, ist vor dem Beginn der Analyse zu untersuchen¹⁾.

Zur Bestimmung des Schwefels hat das Rohr *A* eine etwas andere Form, wie Fig. 3 anzeigt. Die Entfernung von *c* bis *k* ist dieselbe wie in Fig. 2 von *c* bis *d*; von *k* bis *l* beträgt sie 50^{Mm} , von *l* bis *m* und von *m* bis *n* 110^{Mm} , von *n* bis *o* 250^{Mm} und von *o* bis *p* 11^{Mm} . Alle diese Längenangaben sollen nur dazu dienen, ein Bild des Apparates zu geben; die Entfernungen können nach Bedürfniss geändert werden; auch können bei Chlor- und Brombestimmungen die Biegungen bei *g* und *h* fortfallen.

Behufs der Vorbereitung zur Analyse wird der betreffende Apparat vollständig gereinigt und ausgetrocknet; reine concentrirte Schwefelsäure wird dann bei der *Chlor*-, *Brom*- und *Schwefelbestimmung* durch die Oeffnung bei *j* Fig. 2 oder bei *p* Fig. 3 eingezogen, bis das Rohr zwischen *e* und *f* Fig. 2 oder zwischen *no* Fig. 3 zur Hälfte damit gefüllt ist; bei der *Jodbestimmung* bringt man eine gleiche Menge Schwefelsäure durch eine Pipette mit langem Röhre von *c* Fig. 2 aus so hinein, dass das Rohr *cd* nicht benetzt wird; ist trotzdem eine Benetzung erfolgt, so wischt man das Rohr mit Papier, welches mit Wasser angefeuchtet worden, aus und trocknet es wieder mit Filtrirpapier.

Bei der Schwefelbestimmung bringt man vor dem Hinsaugen der Schwefelsäure in den Raum bei *l* des Apparates Fig 3 zuerst etwas Chlorcalcium und dann eine geringe Menge von schwefligsaurer Kalkerde vermittelst eines theilweise damit angefüllten Rohres so hinein, dass die Wandungen des Rohres *c' k* rein bleiben; nöthigenfalls muss man dieselben sorgfältig von daran befindlichen Spuren dieser Substanzen reinigen.

In die Oeffnung *c* Fig. 2 oder *c'* Fig. 3 passt ein Rohr

1) Dieser Apparat eignet sich sehr gut zu zwei Vorlesungsversuchen, erstens zur Darstellung des Wassers aus seinen Elementen und zweitens zur Verbrennung der atmosphärischen Luft in Wasserstoff unter Wasserbildung. Die Anwendung des Apparates hierbei ergiebt sich aus der nachfolgenden Beschreibung der Methode der Analysen.

trqs Fig. 2 von dünnem Glase knapp hinein, das bei *q* und *r* Verengungen hat. Es ist auf der einen Seite *s* in eine Spitzte ausgezogen, deren äufserer Durchmesser ungefähr 3^{Mm} und deren Oeffnung ungefähr $\frac{1}{2}^{Mm}$ beträgt. Bei *r* ist es etwas verengt, damit bequem die Verbindung mit *c* oder *c'* in der früher angegebenen Weise durch ein Gummimrohr hergestellt werden kann, und bei *q* ist eine Verengung um ein Zurücktreten der Substanz über *q* hinaus zu verhindern. Die Entfernung von *q* bis *r* beträgt ungefähr 40^{Mm} , von *q* bis *s* ungefähr 110^{Mm} .

Durch viele Versuche habe ich die angegebene Einrichtung der Apparate als die dem Zweck am meisten entsprechende gefunden. Es wird bei dieser in dem später beschriebenen Proceß das Zuschmelzen der Glasmöhre *trqs* bei *s*, die Entstehung der Töne der chemischen Harmouika, die sehr nachtheilig bei der Operation sind, und dergleichen Uebelstände mehr vermieden.

Zur Bestimmung von *Kohlenstoff*, *Chlor* und *Brom* wird ein Mitscherlich'scher Kaliapparat *z'* Fig. 3 mit den oben beschriebenen Abänderungen an *j* Fig. 2 durch ein Gummimrohr befestigt; dieser Apparat, welcher, worauf ich hier wieder aufmerksam mache, nicht wie die Figur andeutet, bei der Operation senkrecht, sondern *stets* schräg gestellt werden muß, ist mit einer concentrirten Lösung von salpetersaurem Bleioxyd gefüllt und wird zusammen mit dem darauf folgenden Rohr *uw* und mit dem Gummischlauch, der beide Apparate verbindet, gewogen. Das Rohr ist von *u* bis *v* Fig. 2 oder 3 mit gefälltem Quecksilberoxyd in möglichst zusammengeballten Massen, und von *v* bis *w* mit Chlorcalcium gefüllt. Mit diesem Rohr ist ein mit Kalilösung gefüllter Mitscherlich'scher Apparat, wie ihn die Zeichnung Fig. 3 *x* oder Fig. 2 *x* darstellt, verbunden; an demselben befindet sich ein kleines Rohr, das auf der dem Kaliapparat zugewendeten Seite Stückchen von Bimstein, die mit Kalilauge getränkt und darauf getrocknet sind, enthält, während es auf der andern Seite mit Chlorcalcium ge-

füllt ist. Die beiden letzten Apparate werden zusammen mit dem sie verbindenden Gummirohr gewogen.

Zur Bestimmung des *Jods* wendet man statt des mit salpetersaurem Bleioxyd gefüllten Apparates ein Rohr *yz* Fig. 2 von gezeichneter Form an; bei *y* paßt in dasselbe die Spitze *j* bis nahe an *i* hinein und wird durch ein kleines Gummirohr, das hier wieder als Ppropfen dient, luftdicht eingepreßt.

Zur Bestimmung des *Schwefels* bringt man statt des salpetersauren Bleioxyds in den betreffenden Apparat Fig. 3 *z'* eine erwärmte Lösung von ganz concentrirtem zweifach chromsaurem Kali, aus welcher sich beim Erkalten Krystalle abscheiden.

Analyse der gar nicht oder schwer flüchtigen Körper.

Das Rohr *trqs* wird gewogen, mit der zu analysirenden Substanz von *s* bis *q* gefüllt, in seinen übrigen Theilen gereinigt, abermals gewogen und durch einen Gummischlauch mit einem Wasserstoffapparat, der einen continuirlichen Strom mit hinreichendem Druck giebt, bei *A* in Verbindung gebracht. Vermittelst eines Stückes dicken Gummischlauches wird das Rohr bei *r* in *c* oder *c'* luftdicht eingefügt, nachdem man ersteres durch etwas Fett schlüpfrig gemacht hat. Man öffnet darauf den Hahn des den Sauerstoff enthaltenden Gasometers, untersucht, ob die Apparate luftdicht sind, indem man den Hahn verschließt und den Stand der Flüssigkeit im Kalirohr beobachtet, läßt, nachdem man sich von dem guten Verschluß überzeugt hat, einen langsamem Strom von Sauerstoff durch die Apparate, nimmt darauf das Rohr *trqs* heraus, läßt langsam Wasserstoff aus *s* entweichen, zündet denselben an, schiebt das Rohr *trqs* schnell in *e* hinein und stellt daselbst wieder einen luftdichten Verschluß her. Es wird jetzt die Wasserstoffflamme, sobald genügend Sauerstoff vorhanden ist, ruhig in dem Apparat fortbrennen. Man regulirt den Wasserstoff- und den Sauerstoffstrom so, daß nicht zu schnell Sauerstoffblasen aus den letzten Apparaten entweichen. Man erhitzt dann ganz

allmählich, indem A oder A' mit einem einfachen Brenner erwärmt wird, die Substanz im Rohr $trqs$ von s anfangend bis q ; weicht dieselbe hierbei stark zurück, so muss man zugleich das Rohr zwischen den Stellen q und r möglichst nahe bei q erhitzen. Zweckmäßig ist es, bei so zurückweichenden oder bei flüssigen Substanzen Bimsteinstücke, wie dies bei der anderen Analyse besprochen, in das Rohr hineinzubringen, die die Substanz aufsaugen.

Das Erhitzen muss außerordentlich vorsichtig bewerkstelligt werden, da die Flamme bei s durchaus keinen Rufs absetzen darf. Entweicht durch einen Zufall zuviel brennbares Gas aus s , so muss man durch einen stärkeren Strom von Sauerstoff den Kohlenstoff vollständig verbrennen. Die Anwendung eines zu starken Sauerstoffstroms hat den Nachtheil, dass dabei leicht die Gasarten nicht so schnell von den Absorptionsgefäßen aufgenommen werden können. —

Andere Kaliapparate, z. B. der Liebig'sche oder Geissler'sche, sind, wenn sie nicht dem angewendeten vollkommen analog sind, für diese Analyse nicht geeignet, weil die Flüssigkeit in denselben einen zu verschiedenen Druck ausübt und dadurch ein ruhiges Brennen der Flamme unmöglich macht. Die von mir getroffene Abänderung des von meinem Vater construirten Kaliapparats war einerseits nothwendig, um eine gröfsere Menge Flüssigkeit anwenden zu können, und anderseits, um die Gasarten mit der Flüssigkeit länger in Berührung zu lassen, so dass ohne Gefahr ein stärkerer Gasstrom durch dieselben geleitet werden kann. —

Ist durch irgend einen Zufall die Wasserstoffflamme erloschen, so verschließt man augenblicklich den Hahn des Wasserstoffapparates, lässt den Sauerstoff noch kurze Zeit langsam hindurchströmen, damit alle Verbrennungsprodukte aus dem vorderen Theil des Apparates verdrängt werden, und verfährt dann wieder wie beim Beginn der Operation. Vor Beendigung derselben muss man das äussere Rohr von q bis s beinahe bis zum Glühen erwärmen, damit die darin befindliche Substanz vollständig zerlegt wird. Bei Sub-

stanzen, die sich sehr schwer zersetzen, ist es vortheilhaft, wenn man beim Ende der Operation das Rohr *trqs* umdreht, so dass die oberen Theile desselben, die vorher nicht so stark erhitzt wurden, ebenfalls bis nahe der Rothgluth erwärmt werden können.

Nach beendigter Verbrennung der Substanz unterbricht man den Wasserstoffstrom und lässt den Sauerstoff langsamer hindurchströmen, so dass die letzten Verbrennungsproducte durch die Absorptionsapparate geführt werden. Hat sich Kohlenstoff in dem Rohr *trqs* abgeschieden, so wird dasselbe, nachdem man es, um das condensirte Wasser zu entfernen, ein wenig erwärmt und Luft hindurch gezogen hat, gewogen, dann von Neuem bei hindurchströmendem Wasserstoff bis zur Rothgluth erhitzt und darauf abermals gewogen. Ist die Operation gut ausgeführt worden, so differiren die beiden Wägungen nicht. Sind dagegen bei ungentigender Erhitzung noch sehr geringe Mengen unzersetzt geblieben, so kann man durch weitere Berechnung noch ein verhältnismässig gutes Resultat der Analyse erhalten. Der Rückstand im Rohr *trqs* ist, wenn die angewandte Substanz nicht Aschenbestandtheile enthält, reiner Kohlenstoff und ist auch als solcher in Rechnung zu bringen. Bei vollständig flüchtigen Substanzen hat man, wenn der zu analysirende Körper nicht vollständig verbrannt ist, nur den Rückstand wieder zu bestimmen und in Abzug zu bringen.

Durch die Verbrennung entstehen je nach der Natur der angewandten Substanzen folgende Producte: Wasser, Kohlensäure, Chlorwasserstoff, Brom, Jod, schweflige Säure und Schwefelsäure, außerdem noch geringe Mengen Bromwasserstoff und Jodwasserstoff. Das entstehende Wasser wird stets durch die zwischen *e* und *f* Fig. 2 oder *n* und *o* Fig. 3 befindliche Schwefelsäure aufgenommen, so dass nur *trockne* Gasarten entweichen. Diese Schwefelsäure absorbiert mehr oder weniger grosse Mengen von den über dieselbe geleiteten Gasarten; um letztere auszutreiben, wird nach Beendigung der Operation bei einem schwachen Strome von Sauerstoff das Rohr *ef* Fig. 2 oder *no* Fig. 3 durch eine

Gasflamme erwärmt, so daß die freigewordenen Gasarten sogleich durch den Sauerstoffstrom weiter geführt werden. Die Temperatur der Röhre darf hierbei nicht zu sehr gesteigert werden, weil sonst durch das Entweichen von Schwefelsäuredämpfen Fehler entstehen würden. Man vermeidet dies, wenn man das die Schwefelsäure enthaltende Rohr stets nur soweit erhitzt, daß ein von Wasser benetztes Stück Filtrerpapier, das man an die verschiedenen Stellen des Rohres bringt, eben zu zischen anfängt. Hat man die Schwefelsäure einige Zeit bei dieser Temperatur erhalten, so befinden sich in derselben keine Gasarten oder nur unwägbare Spuren derselben absorbirt.

Die Bestimmung von Kohlenstoff, Chlor und Brom ist beendet, sobald die betreffenden Apparate gewogen sind. Die Gewichtszunahme der Apparate für das Chlor ist als Chlorwasserstoff und beim Brom als Brom in Rechnung zu bringen. Nur sehr geringe Mengen von Bromwasserstoff bilden sich, die bei dem hohen Aequivalentgewicht des Broms außer Acht zu lassen sind. Die Gewichtszunahme des Apparates mit Kali röhrt von Kohlensäure her; wenn ein Rückstand im Rohr *trq's* geblieben war, so ist dieser, wie angeführt, Kohlenstoff.

Bei der Bestimmung des Jods muß man, nachdem man die Schwefelsäure erhitzt hat, in einem continuirlichen schwachen Strom von Sauerstoff das Jod, das sich zwischen *d* und *e* Fig. 2 abgesetzt hat und hier von dem in die Schwefelsäure geflossenen Wasser grossentheils befreit worden ist, sehr langsam so verflüchtigen, daß es sich in dem zwischen *g* und *h* Fig. 2 belegenen Theil des Rohres *A* wieder absetzt. Eine schnelle Operation muß durchaus hierbei vermieden werden, weil einerseits durch dieselbe Wasser, das sich noch zwischen den Jodkristallen befindet, nach der Stelle *gh* hintübergetrieben wird, und weil andererseits bei zu schnellem Verflüchtigen des Jods grössere Mengen von flüssigem Jod, das auf der Schwefelsäure sich absetzt und in geringen Mengen auf derselben schwimmt und leicht weiter verflüchtigt wird, in der Schwefelsäure un-

tersinken, aus der sich das Jod nur durch langwieriges, vorsichtiges Erhitzen entfernen lässt. Hierbei muss man dann noch besonders darauf achten, dass keine Schwefelsäure verdampft. Befindet sich das Jod zwischen *g* und *h*, so sieht man leicht, ob sich zwischen den Jodkristallen oder in deren Nähe Wasser abgesetzt hat. Ist dies der Fall, so verschliesst man die Apparate und lässt sie, nachdem die zur Bestimmung der Kohlensäure dienenden Röhren entfernt sind, einen Tag lang stehen. Nach Verlauf dieser Zeit ist das Wasser, wenn es nicht allzu reichlich vorhanden war, von der Schwefelsäure aufgenommen. Das trockne Jod wird durch einen starken Sauerstoffstrom und durch schwaches Erwärmern in den Apparat *xy* geleitet. Die Gewichtszunahme der Apparate zur Bestimmung des Jods kann ohne Fehler als von Jod herrührend angenommen werden, da sich nur geringe Mengen von Jodwasserstoff bilden, und da das Aequivalent dieser Verbindung nur sehr wenig höher ist wie das des Jods.

Bei der Bestimmung des Schwefels verursacht die durch die Verbrennung bedingte, wenn auch geringe Bildung von Schwefelsäure Weitläufigkeiten. Man bringt, um die Schwefelsäure in schweflige Säure überzuführen, in den Raum bei *l* Fig. 3 schwefligsaure Kalkerde und Chlorcalcium hinein, und zwar so, dass zuerst die schwefligsaure Kalkerde in Berührung mit dem durch die Verbrennung entstandenen Wasser kommt. Die gebildete Schwefelsäure zerlegt die schwefligsaure Kalkerde in der Art, dass auf ein Atom Schwefelsäure ein Atom schweflige Säure entsteht. Diejenige Menge von schwefliger Säure, die von dem durch die Verbrennung entstandenen Wasser absorbiert worden und schwer ohne Fehler nur durch starkes Erhitzen aus der schwefligsauren Kalkerde zu entfernen ist, wird durch die concentrirte Chlorcalciumlösung, die man nach der Operation durch Erwärmen bei einem schwachen Sauerstoffstrom, das man mit der nöthigen Vorsicht vornimmt, damit nicht Spuren derselben in den Theil des Rohres *no* gelangen, vollständig in Freiheit gesetzt.

Zu der Stickstoffbestimmung, die im Wesentlichen die angegebenen Methoden in keiner Weise verändert, stellt man sich vor Allem möglichst reinen Sauerstoff dar, den man sich aus reinem chlorsauren Kali in der Art verschafft, dass der Sauerstoff erst nach längerer Entwicklung in einen Gasbehälter geleitet wird, der mit einer *concentrirten Kochsalzlösung* gefüllt ist. Es enthält der Sauerstoff noch eine Gasart, die von Kali aufgenommen wird, man muss ihn deshalb vor seinem Gebrauch, wie den gewöhnlich benutzten, durch Reinigungsapparate gehen lassen.

Die Gasarten, die aus dem letzten der zusammengestellten Apparate bei α , Fig. 2 und Fig. 3 entweichen, bestehen nur aus Sauerstoff und Stickstoff und gehen durch ein Rohr α , Fig. 2, das Phosphor enthält. Der Sauerstoff wird vom Phosphor aufgenommen, und der Stickstoff geht zur Bestimmung des Volumens desselben in ein mit einer Theilung versehenes Rohr β , das in dem Cylinder γ steht und mit Wasser gefüllt ist. Das Phosphorrohr besteht aus zwei Glasmühlen, von denen, wie die Zeichnung in Fig. 2 angiebt, die eine eng anschließend in der andern liegt, wobei wieder ein die innere Röhre umschließendes Gummirohr als Pfropfen dient. Der Phosphor liegt in dieser zwischen den Stellen δ und ϵ , etwas entfernt von dem genannten Gummirohr, damit dasselbe nicht durch die bei der Verbrennung des Phosphors entstehende höhere Temperatur leidet. Zwei Röhren sind nothwendig, weil durch die entstehende Phosphorsäure das Glas bei der hohen Temperatur stark angegriffen wird und deshalb leicht während der Analyse springt. Geschieht dies in einem einfachen Rohr, so würde dadurch die Bestimmung des Stickstoffs vereitelt seyn; bei Anwendung von zwei Röhren kann die innere, ohne dass dadurch eine Störung der Analyse bedingt wird, zerspringen. Letztere Röhre muss, wie die Zeichnung es angiebt, viel länger seyn, wie die äußere, damit die in dem Rohr entstandenen Säuren des Phosphors nicht durch die leicht ein wenig zurücktretenden Gasarten in die vorhergehenden Apparate gelangen können.

Bei der Bestimmung des Stickstoffs müssen die Apparate zur Bestimmung der andern Körper mit Sauerstoff gefüllt werden; dann bringt man das durch einen Quetschhahn verschlossene Phosphorrohr, in welchem nach vollständig bewirkter Absorption des Sauerstoffs der darin befindlichen Luft nur noch Stickstoff enthalten ist, und an dem sich das getheilte, mit Wasser gefüllte Rohr befindet, mit den andern Apparaten in Verbindung, öffnet den Quetschhahn nach schwachem Erwärmen des Phosphors, hebt das graduirte Rohr β durch eine Klemme soweit in die Höhe, daß der Flüssigkeitsdruck in den Apparaten bei nahe aufgehoben wird, nimmt dann das Rohr $trqs$, während man den Sauerstoffstrom verstärkt, heraus, zündet den Wasserstoff an und verfährt weiter, wie früher besprochen, nur mit dem Unterschied, daß man das Rohr β stets nach Bedürfniss höher stellt. Man muß besonders vorsichtig und langsam beim Herausnehmen des Rohrs $trqs$ verfahren, damit in das Rohr A oder A' nicht Luft eintritt.

Nach Beendigung der Verbrennung läßt man längere Zeit Sauerstoff durch die Apparate gehen, damit der Stickstoff vollständig nach den Röhren α und β geleitet wird, verschließt dann durch den Quetschhahn wieder das Phosphorrohr bei η , wägt die Apparate und bestimmt nach längerer Zeit das Volumen des hinzugekommenen Stickstoffs unter Berücksichtigung der Temperatur und des Atmosphärendrucks.

Analyse der leicht flüchtigen Körper.

Bis jetzt habe ich die Methode zur Untersuchung flüssiger oder fester Körper, die sich *nicht leicht verflüchtigen lassen*, auf Kohlenstoff, Chlor, Brom, Jod, Schwefel und Stickstoff beschrieben. Sind dagegen leicht zu verflüchtigende Substanzen in dieser Weise zu analysiren, so wendet man einen Apparat an, welcher mit dem bei der Wasserstoff- und Sauerstoffbestimmung in derartigen Körpern benutzten (B'' , Fig. 1, Taf. X) übereinstimmt, nur mir dem Unterschiede, daß derselbe eine Spitze von der Form hat,

wie solche bei der so eben beschriebenen Analyse der schwerflüchtigen Körper bei *s* vom Rohr *trqs* angewendet wird. Außerdem muß das betreffende Rohr in den Apparat, in dem die Verbrennung vor sich geht, gut hinein passen. Man verfährt bei der Analyse mit diesem Apparat ebenso, wie früher bei der Sauerstoffbestimmung angegeben wurde, nur mit dem Unterschiede, daß man Wasserstoff statt Chlor durch denselben hindurch gehen läßt und nach Anzündung der Wasserstoffflamme das Rohr mit der Spitze in den Verbrennungsapparat hineinbringt. Der Hahn bei 13, (*B''* Fig. 1) ist während des Hineinbringens verschlossen; dieser wird nach demselben geöffnet; der Hahn bei 18, wenn ein solcher vorhanden ist, ebenso; dagegen wird der Hahn bei 12 verschlossen. Im Wasserstoffstrom verdampft dann die im beschriebenen Rohr befindliche Substanz, ein Prozeß, den man, wenn nötig, durch Erwärmen beschleunigt. Die weitere Operation ergibt sich aus der zuletzt beschriebenen Methode.

Analyse gasförmiger Körper.

Auch Gasarten untersucht man auf Kohlenstoff und die übrigen mit demselben zugleich zu bestimmenden Körper mit den bei der Sauerstoff- und Wasserstoffbestimmung angewendeten Apparaten *B''*, Fig. 1, die nur in sofern eine Änderung erleiden, daß das gabelförmige Rohr mit einer Spitze wie am Rohr *trqs* bei *s* Fig. 2 versehen wird. Auch der Gebrauch dieser Apparate ergibt sich aus dem früher Gesagten. Wenn die zu untersuchenden Gasarten brennbar sind, so unterrichtet man zur Beschleunigung der Analyse den Wasserstoffstrom, so daß die zu untersuchende Gasart allein verbrennt und treibt nur zuletzt die geringe Menge der Gasart, die sich in Rohr 20 befindet, mit Wasserstoff heraus. Bei dieser Untersuchung kann man das in dem pipettenähnlichen Gefäß 23 befindliche Gas niemals vollständig verbrennen, da man eines Druckes bedarf, damit die Gasart ausströmt; man läßt dieselbe in Folge dessen stets nur bis zu der Marke 23 austreten.

Andere Methode zur Analyse gasförmiger Körper.

Hat man Gasarten auf Kohlenstoff, Wasserstoff und Stickstoff zu untersuchen, bei denen man einen ganz geringen Verlust unberücksichtigt lassen darf, oder bei denen es nur auf die genaue Kenntniß des Verhältnisses zwischen den genannten Körpern ankommt, so benutzt man hierzu sehr zweckmäßig einen Apparat von folgender einfacher Construction: In das Glasrohr A'' von engem Durchmesser, das die in Fig. 4, Taf. X, angegebene Gestalt hat, ist ein dünnes Rohr B' eingeschmolzen.

Zur Bestimmung der Zusammensetzung von Gasarten, die nur aus Kohlenstoff, Wasserstoff und Stickstoff bestehen, paßt man in die Oeffnung e' luftdicht vermittelst eines Gummischlauches ein zu einem Chlorcalciumapparate gehöriges Rohr d' mit einer Kugel von der gezeichneten Form ein. An diesem befindet sich ein Rohr f' aus dünnem Glase, das unten etwas ausgezogen und umgebogen und mit Chlорcalcium gefüllt ist, das ferner unten und oben mit etwas Watte verschlossen und durch einen Gummischlauch luftdicht, wie die Zeichnung ergiebt, mit d' in Verbindung gesetzt ist. An diesem Apparat befinden sich wieder zur Bestimmung der Kohlensäure und des Stickstoffs Vorrichtungen, die ebenso wie die früher angegebenen construirt sind. Ist in den zu untersuchenden Gasarten Chlor, Brom, Jod oder Schwefel enthalten, so nimmt man, weil bei solchen Körpern das Chlorcalciumrohr nicht anwendbar seyn würde, statt dieses einen mit concentrirter, reiner Schwefelsäure gefüllten kleinen Kaliapparat, der ebenso wie das Chlorcalciumrohr in e' eingepaßt wird.

Ein Glasrohr, das eine Spitze mit sehr kleiner Oeffnung hat und mit der die zu untersuchende Gasart enthaltenden Glocke B'' 23, Fig. 1, Taf. X, vermittelst eines Hahns- und Gummirohrs in Verbindung steht, wird luftdicht in das Rohr A'' eingepaßt. Sauerstoff wird dann durch Rohr B' in den Apparat geleitet. Nachdem der Verschluß desselben geprüft ist, wird die Spitze nach dem Herausnehmen des Rohres, um das Fortbrennen zu erleichtern, beinahe

bis zur Rothgluth erwärmt, die sehr langsam ausströmende Gasart dicht vor dem Rohr *A'* angezündet, die Spitze des Rohrs schnell in *A'* hineingebracht und luftdicht eingefügt, wo die Gasart dann fortbrennt. Sehr zu empfehlen ist es, vor der Operation erst zu versuchen, ob die zu *enge* Oeffnung der Spitze nicht das Fortbrennen verhindere, oder die zu *weite* Oeffnung derselben die Töne der chemischen Harmonika veran lasse.

Das im Rohr gebildete Wasser wird, nachdem eine genügende Menge der Gasart verbrannt ist, in einem langsamem Sauerstoffstrom durch Erwärmen in den gewogenen Chlorcalciumapparat oder in den mit Schwefelsäure gefüllten Apparat geführt. Hierbei wird die Temperatur nie so gesteigert, dass eine Zersetzung des Gummi's entstehen kann. Durch vorsichtiges Erhitzen des Schwefelsäure-Apparates werden die absorbirten Gasarten aus demselben entfernt, während das Wasser zurückbleibt.

Durch die Gewichtszunahme der Apparate und durch die volumetrischen Messungen wird in dieser Weise sehr schnell die Zusammensetzung einer Gasart bestimmt. Auch wird sich hierbei, aber etwas umständlich, zugleich Chlor, Brom, Jod oder Stickstoff in den Gasarten, ähnlich, wie früher angegeben, bestimmen lassen.

Es leidet dies ganze Verfahren nur an dem Fehler, dass man einen geringen Verlust beim Beginn der Operation nicht umgehen kann. Man wird bei leicht entzündlichen Gasarten auch diesen vermeiden können, wenn man unmittelbar vor der Oeffnung der Spitze einen Draht an bringt, den man durch den galvanischen Strom zum Glühen bringen kann, oder wenn ebendaselbst in dem Apparate die Gasart durch elektrische Funken entzündet wird.

Andere Methode zur Bestimmung des Wasserstoffs in allen organischen Verbindungen.

Für Substanzen, in denen Schwefel oder sich ähnlich verhaltende Elemente enthalten sind, ist die früher angegebene Methode zur Bestimmung des Wasserstoffs nicht anwend-

bar. Um solche und auch um je nach Wunsch andere Körper auf ihre Wasserstoffmenge zu untersuchen, ist folgende Methode sehr zweckmässig.

Der zuletzt beschriebene Apparat, Fig. 4, Taf. X, wird bei Untersuchung von *Gasarten* oder *leicht flüchtigen Substanzen* auf Wasserstoff so benutzt, wie eben geschildert ist; zur Analyse von *schwer flüchtigen* Körpern wird er nur in sofern verändert, dass man ihn etwas länger macht und dem Rohr A' einen Durchmesser giebt, wie A Fig. 2, oder A' Fig. 3 hat, so dass das Rohr *trqs*, Fig. 2, gut hineinpasst. Die Apparate zur Aufnahme der zu analysirenden Substanz sind dieselben, welche bei der Verbrennung der Körper mit Wasserstoff beschrieben sind; zur Aufnahme der Verbrennungsproducte dienen die eben bei Fig. 4 im vorigen Abschnitt beschriebenen Apparate. Statt des Wasserstoffs, der bei den früheren Bestimmungen zur Verflüchtigung angewendet wurde, wird zu diesen Untersuchungen Kohlenoxyd, das durch ein Chlorcalciumrohr getrocknet wird, in ebenso getrocknetem Sauerstoff mit den verflüchtigten Substanzen verbrannt. Die Oeffnung der hierzu benutzten Spitze ist etwas enger, das Glas bei derselben zweckmässig etwas weniger dick, wie bei der zu den andern Bestimmungen benutzten Spitze s am Rohr *trqs*. Nach der Verbrennung verfährt man weiter, wie bei der eben beschriebenen Methode angegeben; die Verbrennung selbst muss etwas langsam vorgenommen werden, weil in Folge der grösseren Menge der gebildeten Kohlensäure sonst leicht ein zu schneller Gasstrom durch die Absorptionsapparate hindurch geht, und hierdurch Verbrennungsproducte unaufgenommen entweichen können. — Es ist kaum nöthig anzugeben, dass man mit einer solchen Wasserstoffbestimmung Bestimmungen von Chlor, Brom, Jod und Stickstoff bei Anwendung der nöthigen Vorsichtsmasregeln verbinden kann.

Schwefelbestimmungen sind hierbei, wie auch bei der zuletzt besprochenen Methode, durch die schon angeführte Bildung von Schwefelsäure bei der Verbrennung des Schwefels nicht ausführbar. Auch werden durch letztere Fehler-

quellen bei der Wasserstoffbestimmung hervorgebracht, die aber, wie ich gleich zeigen werde, zu gering sind, um in den meisten Fällen in Betracht zu kommen.

Um die Menge der Schwefeläure beim Verbrennen des Schwefels unter diesen Verhältnissen zu bestimmen, wurden 0,126 Grm. Schwefel in trocknem Kohlenoxyd verflüchtigt und in trocknem Sauerstoff verbrannt; die Menge der Schwefelsäure betrug 0,015 Grm., d. h. also 4,8 Proc. von dem angewandten Schwefel haben sich in Schwefelsäure umgeändert.

Bei den Analysen ist diese Bildung zu vernachlässigen, wie aus der hinten angegebenen hervorgeht; in der bei dieser angewendeten Menge von 0,194 Grm. schwefelsaurem Cinchonin entstehen nach dem vorhergehenden 0,001 Grm. Schwefelsäure, eine Menge, der 0,05 Proc. Wasserstoff entsprechen. Nur bei Substanzen, die viel Schwefel enthalten, wird die gebildete Schwefelsäure in Abzug zu bringen seyn.

Die Apparate und Methoden sind hier meist so beschrieben, wie sie zur gleichzeitigen Bestimmung mehrerer Elemente gebraucht werden. Bei Substanzen, in denen nur das eine oder andere zu bestimmen ist, werden die Apparate zweckmäßig vereinfacht, wie man ohne weitere Auseinandersetzung leicht ersehen wird.

Auch Elemente, wie Antimon, Arsen, Phosphor und dergleichen mehr, die in flüchtigen Verbindungen sich befinden, lassen sich leicht durch geringe Modificationen der beschriebenen Methoden bestimmen, da sie sich beim Verbrennen, mit Sauerstoff verbunden, in den Röhren A, Fig. 2, Taf. X, als feste Körper absetzen. Aus diesen Röhren, die man nicht mit Schwefelsäure gefüllt hat, kann man sie leicht durch Hinausspülen entfernen und dann bestimmen.

Um die Genauigkeit der angeführten Methoden zu zeigen, werde ich die Resultate einer Anzahl von in der letzten Zeit gemachten Analysen mittheilen.

Bestimmung des Kohlenstoffs und des Chlors.

Angewandt: 0,975 Grm. Chloroform.

	Gefunden:	Berechnet:
Kohlensäure	0,361 Grm.	—
Chlorwasserstoff	0,894 Grm.	—
Kohlenstoff	10,10 Proc.	10,05 Proc.
Chlor	89,18 Proc.	89,12 Proc.
Summe:	100,42 Proc.	100 Proc.

Angewandt: 0,652 Grm. Chloroform.

	Gefunden:	Berechnet:
Kohlensäure	0,238 Grm.	—
Chlorwasserstoff	0,597 Grm.	—
Kohlenstoff	9,99 Proc.	10,05 Proc.
Chlor	89,11 Proc.	89,12 Proc.

Bestimmung des Broms.

Angewandt: 0,625 Grm. Bromwasserstoff Ammoniak.

	Gefunden:	Berechnet:
Brom	0,513 Grm.	—
Brom	82,08 Proc.	81,64 Proc.

Bestimmung des Jods.

Angewandt: 0,498 Grm. Jod.

	Gefunden:	Berechnet:
Jod	0,4995 Grm.	—
Jod	100,30 Proc.	100 Proc.

Bestimmung des Kohlenstoffs und Jods.

Angewandt: 0,601 Grm. Jodosform.

	Gefunden:	Berechnet:
Kohlensäure	0,0675 Grm.	—
Jod	0,584 Grm.	—
Kohlenstoff	3,06 Proc.	3,05 Proc.
Jod	97,17 Proc.	96,70 Proc.

Angewandt: 0,934 Grm. Jodwasserstoffanilin.

	Gefunden:	Berechnet:
Kohlensäure	1,115 Grm.	—
Jod	0,543 Grm.	—
Kohlenstoff	32,56 Proc.	32,58 Proc.
Jod	58,13 Proc.	57,47 Proc.

Bestimmung des Schwefels.

Angewandt: 0,444 Grm. Schwefel.

	Gefunden:	Berechnet:
Schweflige Säure	0,890 Grm.	—
Schwefel	100,22 Proc.	100 Proc.

Bestimmung des Kohlenstoffs und des Schwefels.

Angewandt: 0,6015 Grm. Schwefelkohlenstoff.

	Gefunden:	Berechnet:
Kohlensäure	0,340 Grm.	—
Schweflige Säure	1,020 Grm.	—
Kohlenstoff	15,42 Proc.	15,79 Proc.
Schwefel	84,78 Proc.	84,21 Proc.
	100,20 Proc.	100 Proc.

Der Schwefelkohlenstoff enthält etwas überschüssigen Schwefel.

Bestimmung des Kohlenstoffs und Stickstoffs und des Stickstoffs allein.

Angewandt: 0,206 Grm. Cinchonin.

	Gefunden:	Berechnet:
Kohlensäure	0,576 Grm.	—
Kohlenstoff	0,0033 Grm.	—

Stickstoff bei 17° C u. 750 Mm

Barometerdruck 16,4 CC.

Kohlenstoff	77,85 Proc.	77,92 Proc.
Stickstoff	9,27 Proc.	9,09 Proc.

Angewandt: 0,361 Oxalsaures Ammoniak.

	Gefunden:	Berechnet:
Stickstoff	19,8 Proc.	19,72 Proc.

**Bestimmung des Kohlenstoffs und Wasserstoffs in gasförmigen
Körpern.**

Angewandt nach Berechnung auf 0° C und 760 Mm Barometerdruck reducirt 97,1 CC Grubengas = 0,0695 Grm. nach Berechnung.

	Gefunden:	Berechnet:
Kohlensäure	0,190 Grm.	0,1914 Grm.
Wasser	0,1545 Grm.	0,1566 Grm.
Kohlenstoff	74,4 Proc.	75,0 Proc.
Wasserstoff	24,7 Proc.	25,0 Proc.
Verlust	0,9 Proc.	—

Bestimmung des Wasserstoffs durch Verbrennen mit Kohlenoxyd.

Angewandt: 0,194 Grm. schwefelsaures Cinchonin.

	Gefunden:	Berechnet:
Wasser	0,126 Grm.	—
(darin Schwefelsäure 0,001 Grm.)		
Wasserstoff	7,22 Proc.	7,20 Proc.

Bestimmungen von zwei Analysen zusammengestellt.

Angewandt: 0,2 bis 0,3 Grm. Cinchonin.

	Gefunden:	Berechnet:
Sauerstoff	5,32	5,20
Wasserstoff	7,71	7,79
Kohlenstoff	77,85	77,92
Stickstoff	9,03	9,09
Zusammen:	99,91	100,00

Durch diese Analysen wird bewiesen, dass bei den beiden letzten Methoden die Fehlerquellen in denselben so gering sind, dass sie für die gewöhnlichen Untersuchungen zu vernachlässigen sind, und ferner, dass in der Methode selbst zur Bestimmung des Kohlenstoffs, Stickstoffs, Chlors, Broms, Jods und Schwefels keine Fehlerquelle von irgend einer Bedeutung enthalten ist, wie sich dies schon aus dem Wesen der Operation ergiebt; die Fehlerquellen liegen fast nur in den Wägungen und Messungen; in Folge dessen wird die Analyse um so genauer werden, je grössere Mengen von Substanz derselben unterworfen werden.

Letzteres ist vorzüglich in den Fällen wünschenswerth,

in denen Kohlenstoff zurückbleibt, der als solcher in Rechnung gebracht wird.

Fassen wir zum Schluss die Resultate der ganzen Arbeit zusammen, so ergiebt sich Folgendes:

Die angegebene Methode zur Bestimmung des Sauerstoffs und Wasserstoffs in organischen und in vielen unorganischen Verbindungen, nach welcher die Zerlegung derselben durch Chlor bei Rothgluth unter Bildung von Chlorwasserstoff, Kohlensäure und Kohlenoxyd erfolgt, ist sehr leicht und mit einer Sicherheit und Genauigkeit auszuführen, welche von der Elementar-Analyse auf Wasserstoff nach den bisher bekannten Methoden bei Weitem nicht erreicht wird, und sie gewährt außerdem zuerst die Möglichkeit, den Sauerstoffgehalt aller organischen Verbindungen und vieler unorganischen Körper mit grosser Genauigkeit direct zu ermitteln.

Die Bestimmung von Kohlenstoff, Chlor, Brom, Jod, Schwefel und Stickstoff durch Verbrennung der Substanz mit Wasserstoff in einem Sauerstoffstrom, wobei sich Wasser, Kohlenstoff, Kohlensäure, Chlorwasserstoff, Brom, Jod und Stickstoff bilden, übertrifft alle übrigen bekannten Methoden, da sie, bei Verbrauch von wenig Substanz und bei Vermeidung der jenen anhaftenden Fehlerquellen, eine schnelle, sichere und sehr bequeme Operation gestattet.

Für die Untersuchung gasförmiger Körper, deren Analyse bei Anwendung des Eudiometers in hohem Grade Zeit, Mühe und Ausdauer erfordert, gewähren die von mir aufgefundenen Methoden eine wesentliche Erleichterung.

Da somit die Möglichkeit gegeben ist, die Zusammensetzung aller organischen Körper bei Weitem genauer zu bestimmen, als dies bisher geschehen konnte, wird es nothwendig seyn, viele complicirtere Verbindungen von Neuem der Analyse zu unterwerfen.

Berlin, März 1867

IV. Ueber den zweckmässigsten Widerstand des Galvanometers beim Messen von Widerständen mittelst einer Wheatstone'schen Brücke¹⁾;
von Louis Schwendler.

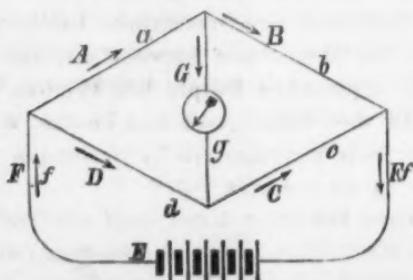
Es ist allgemein bekannt, dass beim Messen von Widerständen mittelst einer Wheatstone'schen Brücke die grösste Empfindlichkeit erreicht wird, wenn die vier Brückenzweige einander gleich sind; keine Untersuchung existirt jedoch bis jetzt, meines Wissens, über die mindestens gleich wichtige Frage:

Welcher Widerstand des Galvanometers das magnetische Moment desselben zu einem Maximum mache, wenn die übrigen Zweige gegeben sind.

Es ist bekannt, dass im einfachen Stromkreis der Widerstand des Galvanometers gleich dem außerwesentlichen Widerstände seyn muss, um das magnetische Maximum zu erreichen. Aus ähnlichen Gründen wie hier, muss auch in dem complicirten Stromlauf einer Brücke ein solches Gesetz existiren, und ist nur die Frage zu beantworten, was in diesem Falle als außerwesentlicher Widerstand zu betrachten sey. Die Beantwortung dieser Frage, welche aus einem practischen Bedürfnis hervorgegangen ist, soll der Hauptgegenstand der folgenden Untersuchung seyn.

In untenstehender Figur 1 seyen a , b , c , und d die

Fig. 1.



1) Zuerst mitgetheilt im Phil. Mag. Mai 1866 und Jan. 1867.

Widerstände der vier Zweige, f der Widerstand im Batteriezweig und g der unbekannte Widerstand des Galvanometers. Bezeichnet man mit den resp. grossen Buchstaben die Stromstärken in den sechs verschiedenen Zweigen der Brücke und ist E die elektromotorische Kraft, so hat man nach den beiden Kirchhoff'schen Gesetzen die folgenden sechs von einander unabhängigen Gleichungen:

$$A = B + C$$

$$C = D + G$$

$$F = A + D$$

$$aA + gG - dD = 0$$

$$fF + aA + gG + cC = E$$

$$gG + cC - bB = 0$$

Aus diesen 6 Gleichungen die 5 Stromstärken A , B , C , D , und F eliminiert, folgt eine Gleichung die nur noch die Stromstärke G , die elektromotorische Kraft E und die Widerstände der sechs Zweige enthält; aus dieser Gleichung die Stromstärke G entwickelt, folgt:

$$G = \frac{E}{\frac{g(c+d)(a+b) + f(a+b+c+d)}{bd - ac} + \frac{f(b+c)(a+d) + ab(c+d) + cd(a+b)}{bd - ac}}$$

Setzt man in diesem Ausdruck für G , $bd - ac = 0$, so folgt $G = 0$; das bekannte Brückengesetz.

Zur Vereinfachung setze man:

$$(c+d)(a+b) + f(a+b+c+d) = V$$

$$bd - ac = \alpha$$

$$f(b+c)(a+d) + ab(c+d) + cd(a+b) = W$$

und multiplicirt man den Ausdruck für G mit U der Anzahl der Umwindungen im Galvanometer, so erhält man das magnetische Moment desselben, welches mit Y bezeichnet werden mag, nämlich:

$$Y = E \alpha \frac{U}{gV + W}$$

Bezeichnet man mit q den Querschnitt des Drahtes, welcher den gegebenen Raum füllt, so hat man zwischen U , q und g die folgenden beiden Gleichungen:

$$U = \frac{\text{const.}}{q}$$

$$\text{und } g = \frac{U \cdot \text{const.}}{q}$$

$$\text{also } U = \text{const. } \sqrt{g^{-1}},$$

und deshalb

$$Y = E \alpha \cdot \frac{\sqrt{g}}{g V + W} \cdot \text{Const.}$$

In diesem Ausdruck für Y nehme man allein g veränderlich und es kommt jetzt nur darauf an denjenigen Werth von g zu bestimmen, für welchen Y zum Maximum wird. Das ist der Fall, wenn

$$g = \frac{W}{V}$$

oder, indem man wieder die Werthe von W und V substituiert;

$$g = \frac{f(b+c)(c+d) + ab(c+d) + cd(a+b)}{(c+d)(a+b) + f(a+b+c+d)} \quad \dots \quad (1).$$

Indem man Zähler und Nenner dieses Bruches mit ac dividirt, erhält man die für die weitere Untersuchung besser geeignete Formel:

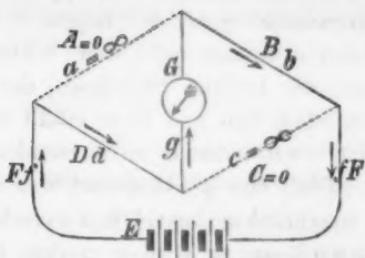
$$g = \frac{f\left(1 + \frac{d}{a}\right)\left(1 + \frac{b}{c}\right) + bd\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right) + b + d}{\left(1 + \frac{d}{a}\right)\left(1 + \frac{b}{c}\right) + f\left(\frac{b+d}{ac} + \frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right)} \quad \dots \quad (1).$$

Diese Gleichung (1) gibt also die allgemeine Abhängigkeit zwischen dem Galvanometerwiderstand und den Widerständen der 5 übrigen Zweige, wenn das magnetische Moment ein Maximum ist, und da diese Gleichung unabhängig von der Gleichgewichtsbedingung ($G = 0$) entwickelt worden ist, so muß man das bekannte Gesetz für den einfachen Stromkreis daraus erhalten, wenn man $a = c = \infty$ setzt. Fig. 1 wandelt sich alsdann um in Fig. 2 (siehe umstehende Figur) und die Gleichung (1) gibt

$$g = f + b + d$$

was wichtig ist.

1) Was nur richtig ist, wenn die radiale Dicke der isolirenden Ummhüllung im Verhältniß zum Drahtdurchmesser sehr klein ist.



Anstatt der Gleichung (1) kann man auch schreiben

$$g = \frac{ab}{a+b} + \frac{cd}{c+d} + f\gamma, \dots \quad (1)$$

vorausgesetzt dass

$$\gamma = \frac{(ac - bd)^2}{(a+b)(c+d)[(a+b)(c+d) + f(a+b+c+d)]}$$

Es ist jedoch klar, dass das Gesetz, welches durch Gleichung (1) ausgedrückt wird, nur dann von wirklich praktischem Interesse ist, wenn man dem Gleichgewicht in der Brücke sehr nahe, d. h. G sehr nahe Null ist. Für diesen Fall haben wir $ac - bd$ sehr klein, deshalb γ , welches dem Quadrat dieser kleinen Größe proportional ist, nähert sich noch mehr der, Gränze Null und da f , der Widerstand im Batteriezweige, schon von selbst so klein als es eben möglich ist, gewählt wird, so kann man sehr nahe dem Gleichgewicht, $f\gamma = 0$ setzen. Nahe dem Zustande des Gleichgewichts hat man daher näherungsweise:

$$g = \frac{ab}{a+b} + \frac{cd}{c+d}, \dots \quad (1)$$

Da aber $(ac - bd)^2$ sehr klein, so kann man auch schreiben

$$g = \frac{(a+d)(b+c)}{a+b+c+d}, \dots \quad (2)$$

Welche Gleichung (2) ein sehr einfaches Gesetz für die Wheatstone'sche Brücke nahe dem Gleichgewicht giebt.

Das magnetische Maximum wird erreicht, wenn der Widerstand des Galvanometers gleich dem parallel gestell-

ten Widerstand derjenigen beiden Doppelzweige ist, welche dem Galvanometer gegenüber liegen.

Hiernach kann man also stets den Widerstand, resp. den Durchmesser, des Drahtes berechnen, der den gegebenen Raum auszufüllen hat, und zwar erhält man im Allgemeinen für jeden verschiedenen, zu messenden Widerstand einen anderen Werth von g ; da jedoch das Galvanometer nur eine sehr beschränkte Anzahl von verschiedenen Widerständen besitzen kann, so wird es nötig, für diejenigen zu messende Widerstände das obige Gesetz allein in Erfüllung gehen zu lassen, für welche die anderen Bedingungen am unvortheilhaftesten sich stellen, und es ist klar, dass dieses der Fall seyn wird für alle grossen Widerstände, die nur mittelst einer grossen Differenz in den Zweigen a und d gemessen werden können. Mit den gewöhnlichen Brücken, wie sie jetzt allgemein bei Kabelprüfungen angewandt werden, kann man Widerstände zwischen den Gränzen 0,01 bis 1 Mill. Siemens's Einheiten messen. Die Zweige a und d bestehen aus den Widerständen 10, 100 und 1000, während der Vergleichswiderstand zwischen den Gränzen 1 bis 10000 Siemens'scher Einheiten verändert werden kann, und es ist evident, dass, wenn man für eine solche Brücke den Widerstand eines Galvanometers mit nur einem Windungssystem zu wählen hat, dieser Widerstand das gefundene Gesetz erfüllen muss, wenn die grossen Widerstände von 100000 bis 1 Mill. S. E. gemessen werden sollen, oder wenn man das Mittel 550000 zu messen hat. Für diesen Fall hat man in Gleichung (2) zu setzen

$$a = 10$$

$$d = 1000$$

$$b = 5500$$

$$\text{und } c = 550000;$$

dann folgt: $g = 1009$ Siemens's Einheit.

Da näherungsweise $dc - bd = 0$ gesetzt werden kann, so kann man Gleichung (2) auch schreiben

$$g = \left(\frac{a+d}{c+d} \right) c$$

und für den Fall, daß der zu messende Widerstand c im Verhältniß zum größten der beiden Zweige, nämlich d , sehr groß ist, kann man auch schreiben:

$$g = a + d$$

oder in diesem Fall:

Das magnetische Maximum des Galvanometers wird erreicht, wenn der Widerstand desselben gleich ist der Summe der beiden kleinsten Zweige.

Obgleich schon aus der Herleitung folgt, unter welchen Bedingungen das gefundene Gesetz, resp. Gleichung (2), allein richtig ist, so will ich doch noch einmal diese Bedingungen hier kurz wiederholen, besonders da die letzte der Bedingungen zu einer weiteren Untersuchung Veranlassung giebt, die von einem ganz allgemeinen Interesse ist.

Der Ausdruck für g Gleichung (2) ist nur richtig, wenn

1) der Widerstand im Batteriezweige sehr klein ist, wenigstens klein im Verhältniß zum Parallel-Widerstand der beiden Doppelzweige, welche dem Galvanometer gegenüber liegen d. h. klein im Verhältniß zu $\frac{(a+d)(b+c)}{a+b+c+d}$;

2) das Gleichgewicht muß nahezu hergestellt seyn, und

3) der nichtleitende Querschnitt einer jeden Umwindung muß entweder sehr klein seyn im Verhältniß zum leitenden Querschnitt, oder allgemeiner, dieses Verhältniß zwischen nichtleitenden und leitenden Querschnitt einer jeden Umwindung muß eine Constante seyn für Drähte von verschiedenen Durchmessern.

Die beiden ersten Bedingungen werden erfüllt in allen Fällen von practischem Interesse. Die dritte Bedingung wird jedoch nicht erfüllt, in dem die Dicke der isolirenden Umhüllung von Drähten (Seide) für Drähte von sehr verschiedenem Durchmesser constant ist, d. h. so dünn als es die Natur des isolirenden Materials zuläßt. Das Verhältniß zwischen dem nichtleitenden und leitenden Querschnitt eines Drahtes variiert daher mit dem Durchmesser des Drahtes; aus diesem Grunde erscheint es also nothwendig den Ausdruck für g zu corrigiren. Diese Correction zu finden

und zu untersuchen, ob sie wirklich so gross sey, um in gewissen vorkommenden Fällen sie berücksichtigen zu müssen, ist der Zweck der weiteren Untersuchung. Diese Untersuchung hat nicht allein Interesse in unserem speciellen Fall der Wheatstone'schen Brücke, sondern sie tritt, da aller aufgewickelter Draht isolirt seyn muss, überall in den Vordergrund, wenn es sich darum handelt, für irgend ein Instrument in irgend einem Stromkreis denjenigen Draht zu wählen, welcher das magnetische Moment des Instruments für gegebenen außerwesentlichen Widerstand zum Maximum macht.

Es sey:

- g* der unbekannte Widerstand des Drahtes, der einen gegebenen Raum auszufüllen hat und für diesen Raum das magnetische Maximum erzeugen soll;
- k* der außerwesentliche Widerstand in irgend einer gegebenen Stromverzweigung, welcher Widerstand stets eine gewisse Function der Widerstände aller Zweige mit Ausnahme von *g* ist¹⁾;
- q* der leitende Querschnitt einer jeden Drahtumwindung;
- A* der nichtleitende Querschnitt einer jeden Umwindung bestehend aus der isolirenden Umhüllung und dem nicht ausgefüllten Raum;
- λ Die specifische Leistungsfähigkeit des Drahtmaterials;
- U* Die Anzahl der Windungen, welche nöthig sind, den gegebenen Raum mit Draht vollzuwickeln; dann hat man:

$$U = \frac{A}{q + A}$$

und

$$g = \frac{UB}{\lambda q}$$

oder

$$U = \sqrt{\frac{A\lambda}{B}} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{A}{q}}} \cdot \sqrt{g}$$

1) Z. B. für die Wheatstone'sche Brücke nahe dem Gleichgewicht ist:

$$k = \frac{(a+d)(b+c)}{a+b+c+d}$$

A und *B* sind zwei Constante für constanten Raum und constante Leitungsfähigkeit, nämlich *A* ist die Hälfte des Querschnitts des vollzuwickelnden Raumes, rechtwinklich zu den Windungen, und *B* die Länge einer mittleren Umwindung. $\frac{B}{A\lambda}$ bedeutet also einen elektrischen Widerstand, der für constanten Raum und constante Leitungsfähigkeit constant ist und mit *o'* bezeichnet werden mag: also

$$U = \sqrt{\frac{g}{o'}} \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{A}{q}}}$$

Setzt man in diesem Ausdruck für *U*

$$A = o \text{ oder } \frac{A}{q} = \text{constant},$$

so hat man

$$U = \sqrt{g} \cdot \text{constant},$$

unsere frühere Substitution für *U*, welche uns für das magnetische Maximum

$$g = k$$

gab; oder der Widerstand des Drahtes, welcher den gegebenen Raum zu füllen hat, muss gleich dem außerwesentlichen Widerstand seyn.

Da jedoch, wie schon bemerkt, die radiale Dicke der isolirenden Umhüllung stets dieselbe ist für Drähte von sehr verschiedenen Durchmessern, so ist $\frac{A}{q}$ veränderlich mit *q*, respective mit *g*, und deshalb muss man, um das magnetische Maximum für gegebenen Raum zu erzeugen, haben:

$$g = f(k), \text{ oder:}$$

Sobald man die isolirende Umhüllung berücksichtigt, darf der Widerstand des Drahtes, welcher den gegebenen Raum zu füllen hat, nicht gleich dem außerwesentlichen Widerstande seyn.

Um diese Function $f(k)$ zu bestimmen, wollen wir annehmen, dass der gegebene Raum gleichmäfsig mit Draht

vollgewickelt werde, dessen isolirende Umhüllung die radiale Dicke δ haben mag. Man kann alsdann setzen:

$$\frac{A}{q} = c \frac{\left(\sqrt{\frac{q}{\pi}} + \delta\right)^2}{q} - 1,$$

c bedeutet eine Constante, welche angiebt, wie man sich das gleichmäſige Vollwickeln des gegebenen Raumes mit Draht zu denken habe¹⁾). Den Werth von $\frac{A}{q}$ in den Ausdruck für U gesetzt und berücksichtigt, daß man $q = \frac{UB}{g^1}$ hat, erhält man:

$$\sqrt{U} = \frac{\sqrt{\frac{g\pi}{v'c}}}{\sqrt{U} + \sqrt{\frac{\delta^2\pi^2}{B}Vg}}.$$

Da jedoch δ , die radiale Dicke der Isolirung, für alle Drähte als constant vorausgesetzt werden kann, so ist $\frac{B}{\delta^2\pi^2}$ ein constanter Widerstand für constanten Raum und constante Leistungsfähigkeit, der mit w bezeichnet werden mag, und setzt man außerdem:

$$\frac{\pi}{v'c} = \frac{1}{v}$$

so hat man einfacher:

$$\sqrt{U} = \frac{\sqrt{\frac{g}{v}}}{\sqrt{U} + \sqrt{\frac{g}{w}}}.$$

Hieraus U entwickelt, folgt:

$$U = \frac{g}{2w} + \sqrt{\frac{g}{v}} \pm \sqrt{\frac{g}{w} \sqrt{\frac{g}{v}} + \frac{g^2}{4w^2}}.$$

Da jedoch U die Anzahl der Umwindungen in einem gegebenen Raum nicht bis ins Unendliche mit g wachsen kann, indem die radiale Dicke der isolirenden Umhüllung stets gröſser als Null ist, so gilt in diesem Fall das negative Zeichen der Quadratwurzel, also:

1) Denkt man sich den Querschnitt A im Quadrate zerlegt, so hat man $c = 4$, in Sechsecke $c = 3,4$ usw.

$$U = \frac{g}{2w} + \sqrt{\frac{g}{v}} - \sqrt{\frac{g}{w} \sqrt{\frac{g}{v}} + \frac{g^2}{4w^2}}.$$

Nennt man jetzt Y das magnetische Moment desjenigen Zweiges, von welchem g der Widerstand und U die Anzahl der Umwindungen ist, so hat man

$$Y = \text{const. } \frac{U}{g+k}$$

oder für U den obigen Werth substituirt und $\sqrt{g} = x$ etc. gesetzt, folgt:

$$Y = \text{const. } \frac{\frac{x^2}{2w} + \frac{x}{\sqrt{v}} - \sqrt{\frac{x^3}{w\sqrt{v}} + \frac{x^4}{4w^2}}}{x^2 + k}$$

und es kommt jetzt nur noch darauf an, denjenigen Werth von x zu bestimmen, welcher Y zum Maximum macht.

Es ist

$$\begin{aligned} \frac{dY}{dx} &= (k+x^2) \left\{ \frac{x}{w} + \frac{1}{\sqrt{v}} - \frac{\frac{3x^3}{w\sqrt{v}} + \frac{x^4}{w^2}}{2\sqrt{\frac{x^3}{w\sqrt{v}} + \frac{x^4}{4w^2}}} \right\} - \\ &\quad 2k \left\{ \frac{x^2}{2w} + \frac{x}{\sqrt{v}} - \sqrt{\frac{x^3}{w\sqrt{v}} + \frac{x^4}{4w^2}} \right\} = 0, \end{aligned}$$

oder nach einigen einfachen Reductionen erhält man die folgende Gleichung:

$$x_4 - k \frac{\sqrt{v}}{w} x^2 - 2kx^3 + k^2 = 0 \quad \dots \quad (3).$$

Diese Gleichung vom vierten Grade hat nur zwei reelle Wurzeln, welche beide positiv sind. Die eine ist stets größer als \sqrt{k} und die andere kleiner als \sqrt{k} , so lange $\frac{\sqrt{v}}{w}$ von Null verschieden ist; da aber nun $x < \sqrt{k}$, $\frac{dY^2}{dx^2}$ negativ macht, so entspricht nur diesen Werth einem Maximum von Y !).

- 1) Die andere reelle Wurzel $x > \sqrt{k}$ gibt das Maximum von Y , wenn das positive Zeichen der Quadratwurzel gilt, und der Grund warum Gleichung (3) beide Maxima enthält, ist der, dass $\frac{dY}{dx} = 0$ identisch ist für beide Y .

Wir haben also:

$$x^2 = g < k, \text{ oder}$$

Unter Berücksichtigung der isolirenden Umhüllung muss der Widerstand des Raumes, welcher das Maximum des magnetischen Effects erzeugen soll, stets kleiner als der außerwesentliche Widerstand seyn; und mag nach Gleichung (3) berechnet werden.

Setzt man in Gl. (3) $\frac{V_v}{w} = 0$, d. h. $\delta = 0$ (keine isolirende Umhüllung), so hat man den früheren Ausdruck für g , nämlich:

$$x^2 = g = k;$$

die Differenz zwischen k und g hängt deshalb von dem Coëfficienten $m = \frac{V_v}{w}$ in der Weise ab, dass sie mit diesem Coëfficienten wächst. Es wird daher von Interesse seyn, die Natur dieses Coëfficienten etwas näher zu untersuchen.

Wir hatten früher

$$v = \frac{v' c}{\pi} = \frac{B}{A \lambda \pi} \cdot c$$

und

$$w = \frac{B}{\delta^2 \pi \lambda}$$

also

$$m = \frac{V_v}{w} = \delta^2 \sqrt{\frac{c \pi \lambda}{AB}} \dots \dots \quad (4).$$

Drückt man elektrische Widerstände in Siemens-schen Einheiten aus, so ist zu messen:

δ^2 und A in Quadratmillimetern

B in Metern

und λ ist die specifische Leitfähigkeit des Drahtmaterials, wenn die Leitfähigkeit des reinen Quecksilbers bei 0° als Einheit gesetzt wird.

Ist also der außerwesentliche Widerstand k für irgend eine Stromverzweigung bekannt und der Coëfficient w nach Formel (4) berechnet, so giebt die Gleichung (3) den entsprechenden Werth von $x^2 = g < k$. Eine solche numerische Rechnung ist jedoch stets umständlich, und es wird

daher besser seyn einen algebraischen Näherungsausdruck für g zu geben.

Setzt man in Gleichung (3) wieder

$$x = \sqrt{g} \text{ etc.}$$

so hat man

$$g^2 - kmg \sqrt{g} - 2kg + k^2 = 0$$

oder

$$(k - g)^2 = kmg \sqrt{g}$$

oder

$$(k - g)^4 = k^2 m^2 g^3 \quad \dots \quad (3).$$

Setzt man auf der rechten Seite dieser Gleichung

$$g = k - p,$$

wo p eine positive Größe ist, die mit k und m wächst, so folgt

$$(k - g)^4 = k^2 m^2 (k - p)^3$$

oder

$$(k - g)^4 = k^2 m^2 (k^3 - 3k^2 p + 3kp^2 - p^3)$$

oder, indem man auf der rechten Seite alle Glieder mit Potenzen von p gegen k^3 vernachlässigt, erhält man näherungsweise:

$$(k - g)^4 = k^2 m^2;$$

oder g entwickelt:

$$g = k (1 - \sqrt[4]{km^2}) \quad \dots \quad (5).$$

Diese Formel gibt g allerdings etwas zu klein, jedoch hinreichend nahe genug für die praktische Anwendung, wie die folgende Tabelle zeigt:

k in Siemens' Einheiten	$g = x^2$ berechnet nach Gl. (3)	$g' = k (1 - \sqrt[4]{km^2})$	$g - g'$
100	85,56	89,90	+ 1,66
200	164,00	162,00	+ 2,00
300		236,40	
500		379,50	
700		516,60	
900		648,90	
1000	762,00	714,00	+ 48,00

In dieser Tabelle ist:

$$m = 0,0026 \text{ d. h.}$$

$\delta = 0^{mm}03$ (die gewöhnliche Dicke von
einfach mit Seide umspunnenem Draht).

$\lambda = 55$ (reines Kupfer bei 0°).

$B = 0,2$ Meter

$A = 200^{mm^2}$

$c = 4$

Die obige Tabelle zeigt, daß wenn $m = 0,0026$, welcher Werth in vielen Fällen der Anordnung, z. B. für einen noch kleineren Raum und dickere Umspinnung, überschritten werden kann, der corrigirte Werth g um 14,4 bis 23,8 Procent vom correspondirenden außerwesentlichen Widerstande abweicht. Diese Differenz ist offenbar zu groß, als daß man sie in Fällen vernachlässigen könnte wo man es überhaupt nur mit schwachen elektrischen Strömen zu thun hat, wie es z. B. beim Messen von Widerständen mittelst der Brücke oder einer andern Differential-Methode der Fall ist.

Benutzt man die Formel (5) für den Widerstand des Galvanometers in einer Wheatstone'schen Brücke, so hat man nur:

$$k = \frac{(a+d)(b+c)}{a+b+c+d} = \frac{a+d}{c+d} \cdot c$$

zu setzen, und man erhält:

$$g = \frac{a+d}{c+d} \cdot c \left\{ 1 - \sqrt[4]{\frac{a+d}{c+d} \cdot cm^2} \right\}. \dots \quad (6)$$

In welcher Formel also jetzt der Einfluß der isolirenden Umhüllung des Drahtes berücksichtigt ist.

Ich will hier noch erwähnen, daß wenn der außerwesentliche Widerstand zwischen zu weiten Grenzen veränderlich ist, es besser seyn wird, den gegebenen Raum in zwei gleiche Theile zu theilen und einzeln vollzuwickeln, so daß man vier Enden behält, wodurch man also in den Stand gesetzt wird, die beiden Windungssysteme entweder

hintereinander oder parallel geschaltet zu benutzen. Bezeichnet k' den mittleren außerwesentlichen Widerstand zwischen zwei gegebenen höchsten Gränzen, k'' den mittleren Widerstand zwischen zwei gegebenen niedrigsten Gränzen, so hat man:

$$x + y = k'$$

$$\frac{yx}{x+y} = k'',$$

wo x und y die Widerstände der beiden Windungssysteme bedeuten, also

$$x = \frac{k'}{2} - \sqrt{\frac{k'^2}{4} - k'k''}$$

$$y = \frac{k'}{2} + \sqrt{\frac{k'^2}{4} - k'k''}$$

z. B. für die Brücken, wie sie jetzt gewöhnlich bei Kabelprüfungen angewendet werden, hat man in Folge der Formel (2)

$$k' = 1009 \text{ Siemens's Einheiten}$$

und

$$k'' = 109 \quad \text{do.} \quad \text{do.}$$

also

$$x = 124,4$$

$$y = 884,6,$$

welche beiden Werthe, wenn nöthig, noch nach Gl. (3), resp. Formel (4), corrigirt werden mögen.

V. Ueber den Einfluss der Bewegung der Tonquelle auf die Tonhöhe; von W. Beetz.

Der Versuch, die von mir im Februarheft dieser Annalen mitgetheilten Messungen über die Tonveränderung rotirenden Stimmgabeln mit dem Dopplerschen Gesetze in Einklang zu bringen, hatte mich zu dem Ergebniss geführt, daß sich die Beobachtungen den nach diesem Gesetze aus-

geführten Rechnungen nicht im Entferntesten anschliessen. Die beobachteten Intervalle sind stets viel zu groß, um durch die Annäherung und Entfernung der Gabelzinken erklärt werden zu können.

Während sich meine oben erwähnte Notiz im Drucke befand, sind mir zwei Mittheilungen des Herrn Stefan¹⁾ zu Gesicht gekommen, welche die Tonveränderung mit periodisch wechselnder Intensität tönender Körper zum Gegenstande haben: zu diesen gehören rotirende Klangplatten, Glocken und Stimmgabeln. Ganz dieselbe Aufgabe hat schon früher Herr Radau²⁾ behandelt und das Ergebnis des Versuchs vorhergesagt, ohne jedoch denselben anzustellen. Das von beiden Physikern auf fast gleichem Wege erlangte Resultat ist, dass sich ein jeder Ton von periodisch wachsender Intensität in zwei Wellenzüge zerlegen lässt, deren einer einen höheren, der andere einen niedrigeren Ton, als der Grndton war, repräsentirt. Herr Stefan hebt dabei hervor, dass der höhere der beiden Töne der stärker hervortretende sey, und erklärt daraus, dass mir der tiefere zuerst ganz entgangen war, ebenso, wie Savart an einer rotirenden Platte nur eine Tonerhöhung wahrgenommen hatte.

Herr Stefan hat seine Theorie durch Versuche an einer rotirenden Platte bestätigt. Ich stellte einen entsprechenden Versuch an, bei welchem die Töne durch den verstimmhbaren Resonator analysirt wurden, dem ich jetzt eine Theilung gegeben habe. Der Versuch lässt sich am leichtesten und so, dass er weithin hörbar wird, so anstellen: Eine quadratische Platte ist in ihrem Mittelpunkte horizontal auf der Rotationsmaschine befestigt. Nahe unter ihr befindet sich die Oeffnung des Resonators, der auf den Ton gestimmt ist, welchen die Platte geben würde, wenn sie mit zwei diagonalen Knotenlinien schwingt. Klopfte man auf die Platte innerhalb eines der vier Sektoren mit einem weichen Korkhammer, so tönt sie laut und rein; dreht man

1) Wiener Sitzungsberichte LIII, 11. Mai und 2. Nov. 1866 *

2) *Moniteur scientifique* 1865 p. 430.

jetzt die Platte, während man zu klopfen fortfährt, so hört man das Auf- und Niedersteigen des Tones; verstimmt man unterdessen den Resonator, so kann man jeden der Töne einzeln erhalten. Die Töne der Platte klingen so kräftiger als wenn man dieselbe streicht und austönen lässt, und das gleichzeitige Entstehen anderer Schwingungsarten stört nicht, weil die meisten viel zu hohe, und nur eine einen tieferen Ton giebt, welche alle vom Resonator nicht wiedergegeben werden. Ist die Zahl der doppelten Schwingungen der Platte = n , die Zahl der Umdrehungen in der Secunde = q , die der Perioden während einer Umdrehung = p , so sind die beiden Wellenzüge $n - pq$ und $n + pq$. Meine Platte gab ruhend den Ton $f_1 = 340$ Schwingungen, die Zahl der Perioden ist 2. Bei zwei Umdrehungsgeschwindigkeiten erhielt ich im Mittel aus je fünf Beobachtungen folgende Zahlen:

q	$n - pq$		$n + pq$	
	gefunden	berechnet	gefunden	berechnet
13	315	314	370	366
19,5	300	301	380	379

Diese Uebereinstimmung zwischen Versuch und Theorie ließ mich hoffen, dass meine früher mitgetheilten Messungen an Stimmgabeln auch der Rechnung entsprechen würden. Für den tieferen Ton ist das in der That nahezu der Fall, der höhere aber ist in meinen Versuchen immer noch höher, als ihn die Theorie verlangt. Als Beispiel gebe ich hier meine früher an der a_1 Gabel angestellten Messungen, indem ich unter »gefunden« die Zahlen setze, welche den damals durch bloße Schätzung gefundenen Tonstufen entsprechen. a_1 macht in der Ruhe 440 Doppelschwingungen.

q	$n - pq$		$n + pq$	
	gefunden	berechnet	gefunden	berechnet
6,5	427	427	462	453
13	415	414	492	466
19,5	393	402	506	478

Nur bei der größten Drehungsgeschwindigkeit ist ein Unterschied zwischen dem gefundenen und dem berechneten Werthe des tieferen Tones wahrnehmbar. Die Ton-

erhöhung aber ist zu groß, bei der größten Geschwindigkeit um einen halben Ton zu groß. Bei anderen Gabeln treten bei schneller Drehung noch größere Abweichungen des höheren Tones auf: die c_1 Gabel (256 Schwingungen) soll z. B. bei 19,5 Umdrehungen den erhöhten Ton 295 geben, während meine Beobachtung 340 ergeben hatte. Ich hörte also den Ton fast um eine kleine Terz zu hoch.

Diese Abweichungen werden aber sehr gering, wenn man dem Resonator eine kleine Öffnung gibt. Läßt man die c_1 Gabel mit 19,5 Umdrehungen über meinem bisher angewandten Resonator, dessen Öffnung 25^{mm} Durchmesser hat, tönen, so ist ihr oberer Ton, wie ich früher angegeben habe, f_1 ; deckt man aber den Resonator mit einer Platte, welche nur eine centrale Öffnung von 5^{mm} Durchmesser hat, so hört man nur es_1 . Ähnliche Reductionen fanden in allen übrigen Fällen statt. Ich finde ihre Erklärung darin, daß in dem die Luft im Resonator anregenden zusammengesetzten Wellenzug bei weiter Resonatoröffnung die Periode der vier Maxima oder Minima früher vollendet ist, als eine Umdrehung der Gabel. Würde der Wellenzug nur in einem Punkte in den Resonator eintreten, so würden Umdrehungszeit und Periode gleichzeitig verlaufen. Bei der tönenden Platte ist das von unmerklichem Einfluß, weil der Durchmesser auch der weiten Resonatoröffnung immer noch klein ist gegen die Peripherie des Kreises, in welchem sich die Punkte der Platte über die Öffnung hin bewegen. Bei rotirenden Stimmgabeln zeigen auch die an dem neuhergerichteten Resonator abgelesenen Zahlen immer noch die Neigung, die berechnete Tonhöhe zu übertreffen. Während die tieferen Töne mit positiven und negativen Differenzen um die berechnete Tonhöhe schwanken. Es bleibt auffallend, daß die Ton erhöhung nicht nur deutlicher, wie die Erniedrigung ist, sondern daß auch, wenn beide Töne ganz klar gehört werden, die Erhöhung immer bedeutender erscheint, als die Erniedrigung. Die Theorie verlangt sogar das Umge-

kehrte, da $\frac{n}{n-pq} > \frac{p+pq}{n}$ ist.

Ich lasse hier die Beobachtungen folgen, welche an Stimmgabeln angestellt wurden, die um die horizontal gestellte Axe ihres Stieles rotiren. Es sind die früher beschriebenen Gabeln c_1 , a_1 und c_2 . Die Zahlen sind wieder die Mittel aus je fünf Beobachtungen. Die as Gabel habe ich fortgelassen, weil ihre Zinken soweit auseinander stehen, dass sie im Resonator keinen continuirlichen Ton erregt. Außerdem wandte ich noch eine grosse König'sche Gabel an, welche durch Laufgewichte von Es bis G gestimmt werden konnte. Meine Resonatoren waren für diese Gabel nicht tief genug gestimmt, ich konnte aber mit bloßem Ohr ihre Tonerhöhung scharf erkennen. Der tiefere Ton verschwand mir ganz in dem durch die Intermittenzen erzeugten Combinationston.

Gabel	n	q	$n - pq$		$n + pq$	
			gefunden	berechnet	gefunden	berechnet
c_1	256	6,5	245	243	270	269
		13	232	230	285	282
		19,5	215	217	301	295
a_1	440	6,5	431	427	455	453
		13	415	414	470	466
		19,5	400	401	484	479
c_2	512	6,5	500	499	525	525
		13	490	486	540	538
		19,5	575	473	560	551
Es	77	13			103 (As)	103
c	64	13			89 (Fis)	90

In meiner ersten Notiz¹⁾) habe ich angegeben, dass ich mit bloßem Ohr den Ton der a_1 Gabel bei 12 Umdrehungen um einen $\frac{3}{4}$, den der c_2 gabel um einen halben Ton in die Höhe gehen höre. Diese Intervalle sind nach der gleichschwebenden Temperatur = 1,09 und 1,06. Die Rechnung ergiebt, ganz in Uebereinstimmung damit, 1,09 und 1,05.

Wenn nun die Töne rotirender Stimmgabeln (bis auf die erwähnte kleine Abweichung, die vorzugsweise bei hochgestimmten Gabeln eintritt) auf die Töne zurückge-

1) Diese Ann. Bd. CXXVIII, S. 491.

führt sind, welche Herr Stefan Interferenztöne, Herr Radau Variationstöne nennt, so könnte es scheinen, als seyen damit nicht zugleich diejenigen Tonveränderungen erklärt, welche an einer parallel mit sich selbst oder, wie bei Gabeln, die in ihrer eigenen Schwingungsebene rotiren, an einer nahezu parallel mit sich selbst über die Resonatoröffnung hinbewegten Gabel auftreten. Diese Veränderungen folgen aber ganz demselben Gesetze. Führt man die Gabel, deren Zinken horizontal neben einander liegen, parallel mit sich selbst über die Resonatoröffnung hin, so verschwindet der Ton fast ganz, wenn die Öffnung in die Arme der Interferenzhyperbel eintritt. Ist die Entfernung der beiden Gabelstellungen diesseits und jenseits der Öffnung, bei welcher dieses Tonminimum eintritt, $= m$ (welche Grösse natürlich von der Höhe, in welcher man die Gabel über den Resonator hinführt, abhängig ist) so wird die Periode der Interferenzen, welche einer halben Gabeldrehung entspricht, in derselben Zeit vollendet seyn, in welcher die Gabel den Weg $2m$ zurücklegt. Ist die Geschwindigkeit der Gabel $= c$, die Zahl ihrer Doppelschwingungen $= n$, so macht die Gabel auf diesem Wege $\frac{2nm}{c}$ Schwingungen. Der dieser Schwingungszahl entsprechende Ton muss dann zerlegt werden in die beiden Wellenzüge

$$\frac{2nm}{c} - 1 \text{ und } \frac{2nm}{c} + 1$$

und die Tonveränderungen erfolgen in den Intervallen

$$\frac{2nm}{2nm - c} \text{ und } \frac{2nm + c}{2nm}.$$

In dem früher von mir beschriebenen Versuch (10), welcher hierher gehört, wurde die a_1 Gabel mit der Geschwindigkeit 2261mm über die Resonatoröffnung hingeführt. Eine Messung, bei welcher die Gabel etwa 1mm über der Öffnung stand, ergab $m = 10\text{mm}$, n war $= 440$, also müfste die Tonvertiefung das Intervall $1,34$, die Erhöhung $1,26$ geben. In der That hatte ich für die tiefere Tonstufe die Quart $1,33$ beobachtet, für die höhere aber wieder einen zu hohen Ton, nämlich die Quint. Auch jetzt

finde ich das Intervall so groß, wenn ich den Versuch, wie früher, an der Drehbank anstelle. Indes ist hierbei die Rotationsgeschwindigkeit keine constante, man bemerkt jedesmal den Impuls des Tretens, und wenn die Gabel nur mit der Geschwindigkeit 2933 statt 2261 am Resonator vorübergeht, so ergiebt die Rechnung schon das Gesammtintervall 2,0, welches ich zwischen dem höheren und tieferen Ton beobachtet hatte.

Ein anderer Versuch, bei dem die c_1 Gabel in einer horizontalen Ebene gleichmäßig um die verticale Axe einer großen Schwungmaschine gedreht wurde, gab ein besser stimmendes Resultat. Ich wählte nur eine langsame Drehung, um das Anblasen des Resonators zu vermeiden. Der Abstand der Resonatoröffnung von der Drehaxe war 315^{mm}, bei einer Umdrehung in der Secunde war demnach $c = 1978^{\text{mm}}$; n war = 256, m wurde = 19^{mm} gefunden. Die Tonerhöhung, die sich wegen des kurzen, dumpfen Erklingen des Resonators nicht so scharf messen lässt, wie die der um ihre Axe rotirenden Gabeln, betrug eine kleine Terz, die Erniedrigung eine große Terz, d. h. nach gleichschwebender Temperatur die Intervalle 1,189 und 1,260. Die Rechnung ergiebt 1,203 und 1,255. Dies ist der einzige Fall, in dem mir das tiefere Intervall größer erschien.

Somit ist auch diese Art der Tonveränderung mit der von Radau und Stefan aufgestellten Theorie im Einklange.

Ich bemerke noch, dass nach demselben Principe sofort verständlich ist, warum der Ton rotirender Stummgabeln auch durch die feste Leitung verändert erscheint. Da, wie ich in meiner letzten Notiz bemerkt habe, die Leitung von der Drehaxe in die Rotationsapparate in bestimmten Richtungen stets besser war, als in allen übrigen, so erhält das Ohr die Wellen ebenfalls in einer nach bestimmtem Rhythmus wechselnden Intensität, und zerlegt sie deshalb ebenfalls in zwei Züge, welche Tönen verschiedener Höhe entsprechen.

Ich benutze diese Gelegenheit, um noch einige Bemerkungen hinzuzufügen, welche mir bei Verfolgung des Doppler'schen Phänomens aufgefallen sind.

Ein Blick auf die von Seebeck¹⁾ zusammengestellten Größen der Tonveränderung bei Bewegung der Tonquelle in Sechszehtönen ausgedrückt, zeigt, dass das Tieferwerden immer mehr beträgt, als die Erhöhung. Aber die Erhöhung beträgt hier $\frac{\gamma}{\gamma - k}$, die Erniedrigung $\frac{\gamma + k}{\gamma}$, also muss die Erhöhung die Vertiefung übertreffen. Seebeck hat hierbei die von Buys-Ballot²⁾ mitgetheilten Schwingungszahlen benutzt, die aber statt nach der Formel

$$n^1 = n \cdot \frac{\gamma}{\gamma \pm k}$$

nach der für die Bewegung des Beobachters geltenden Formel

$$n^1 = n \cdot \frac{\gamma \mp k}{\gamma}$$

berechnet sind. Auf die absoluten Größen der Schwingungszahlen hat dies einen äußerst geringen Einfluss, denn während

$$\frac{\gamma \mp k}{\gamma} = 1 \mp \frac{k}{\gamma}$$

ist, ist

$$\frac{\gamma}{\gamma \pm k} = 1 \mp \frac{k}{\gamma} + \frac{k^2}{\gamma^2} \mp \frac{k^3}{\gamma^3} +$$

Es sind also nur die höheren Potenzen von $\frac{k}{\gamma}$ vernachlässigt. In Bezug auf das relative Verhältniss der Erhöhung und Erniedrigung aber, welches auch bei den obigen Versuchen wieder in Frage kommt, ist es nothwendig, diese Verwechselfung zu vermeiden.

Den von Herrn Mach³⁾ beschriebenen Versuch, bei welchem sich der Ton einer im Kreise geschwungenen Schnarrpfeife erhöht und vertieft, habe ich wiederholt, und

1) Repertorium VIII. Akustik S. 89.*

2) Diese Ann. Bd. LXVI, S. 333.*

3) Diese Ann. Bd. CXII, S. 66.*

ebenfalls die Tonveränderung, soweit ich sie mit dem Ohr unterscheiden konnte, dem Doppler'schen Principe entsprechend gefunden. Als eine kleine gedackte Labialpfeife, welche a_4 angab, in ähnlicher Weise auf der Centrifugalmaschine herumgeschleudert wurde, so dass ihre Axe einen Cylindermantel um die Drehaxe beschrieb, wurde die Tonveränderung durch eine andere ganz verdeckt. Der Ton der Pfeife geht nämlich hinunter, wenn die Pfeife so aufgestellt ist, dass ihr Aufschnitt nach der Seite hin gerichtet ist, nach welcher die Pfeife in ihrer Rotation vorschreitet, er geht hinauf, wenn der Aufschnitt von dieser Seite abgewandt ist. Im ersten Falle wirkt nämlich auf die Pfeife nur die Differenz des aus dem Blasebalg kommenden und des durch den Luftwiderstand bei der Rotation erzeugten Druckes, im Zweiten die Summe beider. Die Pfeife tönt also das eine Mal, wie wenn man sie schwach, das andere Mal, wie wenn man sie stark anbläst. Stellt man den Aufschnitt dem Rotationszentrum zu oder gerade von ihm abgewandt, so wird der Ton unklar, und versagt gewöhnlich ganz. Wird die Pfeife von einem Rohr umgeben, welches am Fusse geschlossen ist, so gelingt der Versuch ganz ebenso, wie mit der Zungenpfeife, weil der Luftwiderstand keinen Einfluss mehr auf den aus der Kernspalte kommenden Luftstrom äussern kann. Der Ton, den man jetzt hört, ist übrigens gar nicht mehr der Ton der Labialpfeife, er ist je nach Wahl des schützenden Rohres bald etwas höher bald eben so hoch, bald etwas tiefer, als jener und ist derjenige von den Tönen, deren das Rohr selbst fähig ist, welcher dem Pfeifentone am nächsten liegt. Dies wurde an zwei kleinen Pfeisen (c_4 und e_4) nachgewiesen.

Die Pfeisen wurden nach und nach mit verschiedenen langen, unten geschlossenen Glasröhren umgeben. Steckt eine Pfeife in einer Röhre, und man versucht diese durch Blasen über ihr offenes Ende zum Tönen zu bringen, so hört man nur einen sehr schwachen, aber doch erkennbaren Ton, der höher ist, wie wenn die Pfeife nicht im Rohre steckte. Derselbe ist unten mit 1 bezeichnet. Wird nun

die Pfeife angeblasen, so ertönen solche Obertöne des Rohrs, welche in den verschiedenen an der Kernspalte entstehenden Geräuschen eine Anregung finden. Sie sind unten in den der Ordnungszahl der Obertöne entsprechenden Spalten aufgeführt. Der erste entsteht durch leises Anhauchen (in der ersten Beobachtungsreihe tönt hier der Grundton selbst) der zweite durch stärkeres Blasen, der dritte, in einem Falle auch der vierte, durch Ueberblasen.

Pfeife	Länge der Röhre	Obertöne							
		1	2	3	4	5	6	7	8
c^4	130mm	g_2	g_3	d_4					
	201	es_2	es_3	b_3	g_4				
	262	h_1		fis_5	h_3	dis_4			
	391	as_1			as_3	e_4	es_4		
e^4	130	a_2	a_3	e_4	a_4				
	201	f_2		c_4	f_4	a_4			
	262	c_2			c_4	e_4	g_4		
	391	a_1				cis_4	e_3	g_3	a_4

Der dem Grundton der Pfeife zunächst liegende dieser Töne klingt jedesmal am klarsten, also bei der c^4 Pfeife in den vier Fällen: d_4 , b_3 , h_3 , c_4 ; und bei der e^4 Pfeife: e_4 , f_4 , e_4 und a_4 .

Auch an einer Stimmgabel habe ich die Tonänderung beim Nähern und Entfernen sehr gut beobachten können, indem ich dieselbe in den Rand einer grossen auf der Centrifugalmaschine rotirenden Holzscheibe in radialer Richtung einschraubte. Hierdurch ist das Sausen, das ein einzelner schwingender Arm verursacht, vermieden, und man hört die Tonschwankungen wie bei den Pfeifen.

Erlangen, im März 1867.

**VI. Ueber die am Quarze vorkommenden sechs
Gesetze regelmässiger Verwachsung mit ge-
kreuzten Hauptaxen; von Gustav Jenzsch.**

Wenn sich zwischen zwei oder mehreren zusammengewachsenen Krystallen eine krystallonomische Gesetzmässigkeit ihres Zusammengewachsenseyns nachweisen lässt, so kann man mit Recht sagen, dass diese Krystalle einem Gesetze regelmässiger Verwachsung folgen. Bei Charakterisirung der hier angeführten Gesetze habe ich von den nach der herkömmlichen Anschauungsweise der Zwillingsbildung unvermeidlichen Zwillingsflächen Abstand genommen, und hoffe, dass dieses Abweichen von einer eingebürgerten Gewohnheit seine Rechtfertigung finde: in der sich in der Natur häufig kundgebenden Nichtexistenz solch' gedachter, oft nur theoretisch construirter Flächen, für die sich zuweilen sogar nicht einmal rationelle Ausdrücke berechnen lassen.

In nachfolgenden Blättern werde ich die am Quarze ganz unzweifelhaft vorkommenden Gesetze regelmässiger Verwachsung mit gekreuzten Hauptaxen in der Kürze besprechen und die einfachen krystallonomischen Beziehungen, welche zwischen ihnen bestehen, andeuten. Das in dem Sitzungsprotokolle der deutschen geologischen Gesellschaft vom 6. Februar 1861 (Zeitschrift der deutsch. geol. Gesellschaft. Bd. XIII, S. 139) erwähnte Zwillingsgesetz, auf welches Herr H. Wedding aufmerksam machte und bei welchem die Zwillingsebene $3P$ und daher der Winkel der Hauptaxen $29^\circ 24'$ seyn würde, blieb hier unberücksichtigt, da für dasselbe nur ein rauhes, zur Messung wenig geeignetes Exemplar spricht; auch bemerkt Herr G. Rose a. a. O., dass, bevor dieser Fall als Gesetz hingestellt werde, er einer Bestätigung an glattflächigeren Krystallen bedürfe.

Der speciellen Beschreibung der hier abgehandelten

sechs Gesetze sey nur noch die Bemerkung vorausgeschickt, dass ich unter der *Ebene der Hauptaxen* eine Ebene verstehe, in welcher die Hauptaxen beider, einem Zwillinge zugehörigen, gekreuzten Krystalle liegen. Dieser Ebene der Hauptaxen entspricht bei sämmtlichen Figuren die Projectionsebene der Zeichnung. Die auf der Kupfertafel neben den Figuren angebrachten kleinen Striche sollen das Aufsuchen des bestehenden Parallelismus, sowohl zwischen den bezüglichen Flächen, als auch zwischen den betreffenden Kanten erleichtern. Auch wurde bei den Figuren entweder unmittelbar oder dicht neben denselben der Winkel der sich kreuzenden Hauptaxen der beiden miteinander verwachsenen Krystalle in Zahlen angegeben.

I^{tes} (Zinnwalder) Gesetz.

Ebene der Hauptaxen parallel einer Fläche des hexagonalen Prisma a, und je zwei Dihexaëder-Flächen mit einander parallel.

Jedermann kennt die weiss überrindeten, häufig geborstenen Rauchquarzkristalle von Zinnwald, die von Außen, ebenso wie auf ihren Bruchflächen mit zahlreichen parallel angeordneten Quarzkristallchen überdrust sind.

Ich besitze ein dergleichen etwa 15^{cm} langes, schmales oberflächlich schmutzig-rothbraun und okergelb überzogenes Bruchstück, welches zum Theil mit Scheelspath bedeckt ist, und an welchem von den Krystallflächen des ursprünglichen grossen Rauchquarzkristalles, noch zwei Flächen der gewöhnlichen Quarzsäule vertreten sind.

An diesem unscheinbaren Stücke sind namentlich die beiden ursprünglichen Flächen des weiss überrindeten Rauchquarzkristalles mit zahlreichen parallel der krystallographischen Hauptaxe des Stammkrystalles angeordneten Quarzkristallchen besetzt. Letztere sind immer flachgedrückt und langäulenförmig. Da sie jedoch bald etwas dicker, bald etwas dünner sind, so sieht man längs des ganzen Stückes hin zahlreiche kleine, sowohl dem oberen als dem unteren Pole angehörende Dihexaëder-Flächen.

Mitten auf der größeren der beiden Säulenflächen des vorliegenden Handstückes ragt nur ein einzelner Quarzkrystall in widersinniger Richtung dergestalt hervor, daß seine größt ausgedehnte Dihexaaëderfläche¹⁾ mit den der größeren der beiden ursprünglichen Rauchquarzflächen parallel liegenden Flächen der sie ganz überdeckenden, zahlreichen kleinen Quarzkristalle zusammenspiegelt.

Die Fläche des hexagonalen Prismas *b*, (αP , Naumann's), auf welcher die erwähnte größt' ausgedehnte Dihexaaëder-Fläche des hervorragenden Krystalles gerad aufgesetzt ist, liegt mit den kleinen Dihexaaëder-Flächen, welche auf die der größeren Säulenfläche des ursprünglichen Rauchquarzkristalles parallel liegenden hexagon-prismatischen Flächen gerad aufgesetzt sind, parallel.

Die zum I^{ten} Gesetze gehörige Figur stellt in idealer Weise das am Zinnwalder Quarze beobachtete Gesetz dar. Bei diesem I^{ten}, ebenso wie bei allen übrigen auf der zugehörigen Figurentafel (Taf. IX) zur Darstellung gebrachten Gesetzen regelmäfsiger Verwachsung habe ich der leichteren Uebersichtlichkeit wegen die beiden mit einander zu Zwillingen verbundenen Krystalle langstäulenförmig, ringsum ausgebildet und einander gegenseitig durchdringend dargestellt.

Beim Entwerfen der Figuren I, II, V und VI wurde absichtlich die rhomboëdrische Bauweise des Quarzes unberücksichtigt gelassen und die Krystallpole einfach als Dihexaaëder gezeichnet. Die Ebene, in welcher die Hauptaxe beider, dem in der das I^{te} Gesetz repräsentirenden Figuren dargestellten Zwillinge zugehörenden gekreuzten Krystalle liegen, ist parallel einer Fläche des hexagonalen Prismas *a*, und je zwei Dihexaaëder-Flächen sind mit einander parallel.

Die Winkel der einander kreuzenden Hauptaxen betragen

$38^{\circ} 13'$ und $141^{\circ} 47'$.

Der spitze Winkel der Hauptaxen der beiden Krystalle entspricht daher dem Neigungswinkel einer Fläche des

1) oder auch: Fläche des Hauptrhombidders.

Quarz-Dihexaëders gegen die Hauptaxe. Je zwei Dihexaëder-Flächen und je zwei Flächen der gewöhnlichen Quarzsäule b ($\propto P$ Naumann's) gehören einer Zone an, deren Zonenlinie der Combinationskante einer Fläche des hexagonalen Prismas b und der auf sie gerad aufgesetzten Dihexaëder-Fläche parallel ist.

III^{tes} (Reichensteiner) Gesetz. [G. Rose.]

Ebene der Hauptaxen parallel einer Fläche des hexagonalen Prismas a , und je zwei Dihexaëder-Flächen¹⁾ mit einander parallel.

Herr G. Rose beschrieb im Jahre 1851 (Poggendorff's Annalen, Bd. LXXXIII, Seite 461 sq.) ein neues von ihm auf einer Quarzdruse aus dem Serpentin von Reichenstein in Schlesien aufgefundenes Zwillingsgesetz und charakterisiert dasselbe wie folgt:

- » Die Zwillingsebene ist eine Hauptrhomboederfläche;
- » die Krystalle sind aber nicht mit dieser, sondern mit » einer darauf senkrechten Fläche verbunden. «

Auf die weiteren Gruppierungsverhältnisse solcher Zwillinge gehe ich hier nicht ein und verweise auf Herrn Dr. Eck's Abhandlung über die Reichensteiner Quarz-zwillinge (Geol. Zeitsch. Berlin, 1866, Bd. XVIII, S. 426 sq.)

Für je zwei mit einander verwachsene Krystalle behält das G. Rose'sche Gesetz seine volle Gültigkeit.

Auch dürfte, da bereits die Herren Q. Sella²⁾ und Dauber³⁾ auf einen seiner Zeit gemachten Angriff erschöpfend geantwortet haben, die in Naumann's Elementen der Mineralogie, 6. Aufl. 1864, S. 190 befindliche und der Beschreibung des G. Rose'schen Gesetzes: »Zwillings-ebene eine Fläche von R «, in Klammern beigefügte, jedoch nicht näher begründete Bemerkung: »(oder auch von $-\frac{1}{2}R$)«⁴⁾

1) oder auch: je zwei Hauptrhomboeder-Flächen.

2) *Quadro delle forme cristalline dell' argento rosso, del quarzo e del calcare*, 1856, pag 70 — 71.

3) Pogg. Ann. 1858, Bd. CIII, S. 116.

4) $(-\frac{1}{2}R$ [von Leonhard u. Brönn N. Jahrb. 1854, S. 309].)

unzweifelhaft nur der *literar-historischen* Vollständigkeit wegen ihre dortige Aufnahme gefunden haben.

Durch die Güte des Herrn Geheimen Regierungsrath Rose gelangte ich in den Besitz eines Exemplares des Reichensteiner Vorkommens. An den daran befindlichen Zwillingen erscheinen die zusammenspiegelnden Dihexaedder (Rhomboëder-) Flächen und die mit ihnen in einer Zone liegenden Flächen der Quarzsäule ganz außerordentlich in die Breite gezogen, und das gezahnte Aussehen der Kry stallpole lässt keinen Zweifel, dass diese breiten Zwillingsskrystalle immer aus mehreren untereinander parallelen, längs der Zwillingszonenlinie reihenförmig aneinander gelagerten Zwillingen bestehen. Die Aneinanderreihung dieser Zwillinge erfolgt demnach in einer zur Ebene der Hauptaxen rechtwinkeligen Richtung.

In der zum II^{ten} Gesetz (Gesetz von G. Rose) gehörigen Figur, Taf. IX, liegt die Projectionsebene der Zeichnung einer Fläche des die gewöhnliche Quarzsäule *b* gerad abstumpfenden hexagonalen Prismas *a* parallel. Aus dieser Figur wird ersichtlich, dass in ähnlicher Weise wie bei dem I^{sten} (dem Zinnwalder) Gesetze, je zwei Dihexaedder-Flächen und je zwei Flächen der gewöhnlichen Quarzsäule einer Zone angehören, deren Zonenlinie der Combinationskante einer Fläche des hexagonalen Prismas *b* und der auf sie gerad aufgesetzten Dihexaedder Fläche parallel ist.

Da in der zum II^{ten} Gesetz gehörigen Figur je zwei Dihexaedder- (Rhomboëder-) Flächen in einer Ebene liegen, so entspricht der Winkel der einander kreuzenden Hauptaxen dem Complementswinkel der doppelten Neigung einer Dihexaedder-Fläche gegen die Hauptaxe, ist also bei Zugrundelegung der Kupffer'schen Messungen

$103^\circ 34'$.

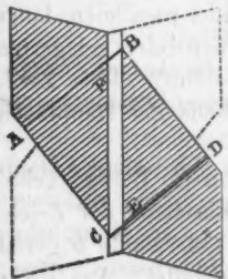
Der von den einander kreuzenden Hauptaxen der beiden Quarzkristalle eingeschlossene spitze Winkel beträgt dagegen

$76^\circ 26'$

und entspricht daher dem doppelten Neigungswinkel einer

Dihexaëder- (Rhomboëder-) Fläche gegen die Hauptaxe.
Der spitze Winkel der einander kreuzenden Hauptaxe ist
also beim vorliegenden II^{ten} Gesetze gerade *doppelt so*
gross, als bei dem I^{sten} Gesetze.

Obgleich nun das G. Rose'sche Gesetz mit Evidenz bis jetzt nur von Reichenstein in Schlesien bekannt ist, so zweifle ich durchaus nicht, daß dasselbe doch vielleicht öfters vorkomme. Denkt man sich den, in der zum II^{ten} Gesetz gehörigen Figur rechts liegenden Krystall zu einer dünnen Lamelle zusammengedrückt, wie es der nebenste-



hende Holzschnitt (ein durch den Zwillingskristall gelegter Hauptschnitt) zeigt, so müßte sich eine daraus geschnittene Platte $ABCD$ ähnlich verhalten wie eine rechtwinkelig zur Axe geschnittene Platte Isländischen Doppelspatens mit einer eingelagerten Zwillingslamelle und demnach unter dem Polarisationsmikroskop eine ähnliche

Erscheinung zeigen, wie solche aus Herren Dove's künstlichen Calcitzwillingsplatten, bei denen ein Glimmerblättchen eingeschaltet wurde, allgemein bekannt ist. Es ist nicht unwahrscheinlich, daß die von Herrn Dove in Poggendorff's Annalen 1837, Bd. XL, S. 619 und Farbenlehre S. 257 beschriebene merkwürdige Quarzplatte, welche unter dem Polarisationsmikroskope ein derartiges Verhalten zeigte, hierher zu rechnen sey. Als ich nach Anleitung des beigedruckten Holzschnittes in der, dem zusammengedrückt gedachten Krystalle entsprechenden Richtung ein ganz dünnes parallel zu einer Dibexäder-Fläche geschliffenes Quarzplättchen *FBEC* zwischen zwei in der Figur als Dreiecke: *ACF* und *BED* erscheinende Quarzkeile einschaltete, so erhielt ich die von Herrn Dove beschriebene Erscheinung zwar nicht ganz rein, aber immerhin ziemlich deutlich. Besser glückte mir der Versuch bei Einschaltung eines Glimmerblättchens, dem man durch vorsichtiges Ab-

spalten leichter die zum Gelingen erforderliche Dicke geben kann. Der im mehrbesprochenen Holzschnitte abgebildete Fall ließe sich unter Umständen zwar, wollte man der vielfach üblich gewordenen Auffassungsweise der Zwillingsbildung folgen, durch das Gesetz: »Drehungssaxe normal auf einer Dihexaëder-Fläche, Drehungswinkel = 180° « deuten; für alle Fälle bleibt aber dennoch gültig das oben aufgestellte Gesetz: Ebene der Hauptaxen parallel einer Fläche des hexagonalen Prismas a und je zwei Dihexaëder-Flächen mit einander parallel.

III^{tes} Gesetz. [Q. Sella.]

Ebene der Hauptaxen parallel einer Fläche des hexagonalen Prismas a , und je zwei Rhomboëder-Polkanten mit einander parallel.

Herr Q. Sella beschrieb in seiner Abhandlung »*Studii sulla mineralogia Sarda, Torino 1856*,« S. 35, ein neues Quarzzwillingsgesetz, welches er an einem im Königlichen Museum zu Turin befindlichen Stücke unbekannten Fundortes beobachtet hatte. Zur Erläuterung dieses Gesetzes gebe ich die in der Ebene des hexagonalen Prismas a liegende ideale Projection zweier einander durchdringenden Quarzkristalle. (Figur zu Gesetz III Taf. IX.)

Die Winkel der einander kreuzenden Hauptaxen betragen

$$61^\circ 50' \text{ und } 115^\circ 10'$$

und es entspricht demnach der *stumpfe* Winkel derselben dem doppelten Neigungswinkel einer Polkante eines Quarz-Rhomboëders [beziehentlich einer Fläche des ersten stumpfen Rhomboëders¹⁾] ($-\frac{1}{2} R$ Naumann's) gegen die

1) Bei hexagonaler Deutung entspricht diese Fläche einer Fläche der hexagonalen Pyramide $\frac{1}{2}P$, welche letztere man bekanntlich erhält durch Abstumpfung der Polkante der hexagonalen Pyramide $\frac{3}{2}P2$, einer Gestalt, die durch Herrn Vebsky's wichtige Arbeit (Geol. Zeitschr. Berlin 1863, Seite 348 sq.) für den Quarz von so hohem Interesse geworden ist.

Hauptaxe. Da dieses Gesetz in der That einen guten Beweis für die rhomboedrische Bauweise der Quarzkristalle abgiebt, so wurde auch in der Figur der rhomboedrischen Ausbildung der Krystallpole Rechnung getragen.

Aus der Zeichnung erkennt man leicht, dass die in der Projectionsebene liegenden Polkanten der Hauptrhomboëder beider Krystalle in eine gerade Linie zusammenfallen, mit welcher sich die Zwillingszonenlinie der betreffenden zu vier Spiegelebenen vereinigten acht Hauptrhomboëderflächen in Parallelismus befindet. In der Figur spiegeln die rechts liegenden, ebenso wie auch die links liegenden beiden Hauptrhomboëderflächen zusammen.

Die noch übrigen vier (in der Figur als Linien erscheinenden) Hauptrhomboëderflächen liegen ihrerseits mit den Säulenflächen, auf welche sie gerad aufgesetzt sind, auch in einer Zwillings-Zone. Die Zwillings-Zonenlinie dieser ist, analog dem I^{ten} und II^{ten} Gesetze, der zur Projections-ebene der Figur rechtwinkeligen Combinationskante einer Hauptrhomboëderfläche mit einer Fläche des hexagonalen Prismas *b*, auf welches sie gerad aufgesetzt ist, parallel.

Die Ebene beider Zwillings-Zonenlinien steht winkelrecht auf der Ebene der Hauptaxen, und entspricht einer Fläche des Rhomboëders — $\frac{1}{2} R$.

IV^{tes} Gesetz. [C. S. Weifs.]

*Ebene der Hauptaxen parallel einer Fläche des hexagonalen Prismas *b*, und je zwei Flächen des Hauptrhomboëders miteinander parallel.*

Herr C. S. Weifs beschrieb 1829 in den Abhandlungen der Berliner Akademie vorstehend genanntes Gesetz an einem Quarzwillinge aus dem Dauphiné. Beide miteinander verwachsene Krystalle haben als Grenzebene gemeinschaftlich eine Fläche des ersten stumpferen Dihexaeders, d. i. eine gerade Abstumpfungsfläche der Endkanten des gewöhnlichen Dihexaeders, und die Axen beider Krystalle liegen gegen diese gemeinsame Ebene umgekehrt.

Dasselbe Gesetz wurde später auch von den Herren Brooke¹⁾ und Dufrénoy²⁾ beschrieben und ist jetzt in jedem Lehrbuche der Mineralogie zu finden. Vor 12 Jahren berichtete ich³⁾ über neue Fundorte solcher herzförmiger Quarzwillingskrystalle, beschrieb die von mir auf Arsenkies von Munzig bei Meissen (Sachsen) angetroffenen und erwähnte, dass dergleichen Zwillinge von Herrn Brücke in Schreibershau (Schlesien) und von Herrn Huyssen zu Hasley in Westphalen beobachtet worden sind. Fast gleichzeitig und von einander unabhängig haben die Herren Q. Sella⁴⁾ und Des Cloizeaux⁵⁾ dergleichen Zwillinge eingehend besprochen, aber auch darauf aufmerksam gemacht, dass die beiden zu einem Zwilling vereinigten Krystalle mit Rücksicht auf die Lage der P und z Flächen, bald gleichartig, bald ungleichartig orientirt sind, und damit dargethan, dass, wenn man die rhomboédrische Anordnung im Baue der Quarzkrystalle beachtet, beide Fälle nicht auf ein gemeinsames Gesetz der Hemitropie zurückgeführt werden können.

Um das ursprüngliche Gesetz von Weifs aufrecht zu erhalten, habe ich für dasselbe die in der Ueberschrift zu diesem Abschnitte gebrauchte Formulirung gewählt, wenngleich ich mir durchaus nicht verhehle, dass dasselbe eigent-

1) *The London and Edinburgh phil. Mag. by Brewster* X. 1837, p. 369. *Phillips Mineralogy by Brooke and Miller, London* 1852.

2) *Dufrénoy, Traité de Minéralogie*.

3) Zeitschrift d. deutschen geologischen Gesellschaft, Jahrg. 1854, S. 245 sq. (wo auf Seite 246 bei der oberen Figur im liegenden Krystalle das r zu streichen ist.)

4) 1. *Gazzetta Piemontese* del 12. *Juglio* 1855.

2. *Studii sulla mineralogia sarda, Estr. delle Memorie della R. Accademia delle scienze di Torino, serie II, tom. XVII, Torino*, 1856.

3. *Quadro delle forme cristalline dell' Argento Rosso, del Quarzo e del calcare. Torino* 1856.

5) *Mémoire sur la cristallisation et la structure intérieure du Quartz. Paris* 1855, p. 131 sq.

lich nur ein specieller Fall des in nächstfolgendem Abschnitte erläuterten IV^{ten} Gesetzes ist. Zu den dem IV^{ten} Gesetze, dem Gesetze von C. S. Weifs zuzurechnenden Quarzzwillingen gehört der von Herrn Weifs a. a. O. beschriebene und abgebildete, aus einem links und einem rechts drehenden Krystalle bestehende Zwilling aus dem Dauphiné, der von Herrn Des Cloizeaux in seiner klassischen Monographie des Quarzes auf Taf. II, Fig. 68, abgebildete, im Besitz des Herrn Brooke befindliche, aus zwei links drehenden Krystallen gebildete Zwilling *de la Gardette en Dauphiné* und der von Herrn von Kokscharoff in seinen Vorlesungen über Mineralogie, Petersburg 1865, Seite 301, abgebildete und im Britischen Museum zu London aufbewahrte, wahrscheinlich auch aus dem Dauphiné stammende Quarz-Zwilling.

Die zu dem IV^{ten} Gesetze gehörige Figur gibt ein schematisches Bild des Weifs'schen Gesetzes. Die Hauptaxen zweier sich gegenseitig durchdringenden Krystalle kreuzen einander unter Winkeln von

$84^\circ 34'$,

entsprechend dem doppelten Neigungswinkel der Combinationskante einer Hauptrhomboederfläche mit einer Nebenrhomboederfläche zur Hauptaxe.

Der Complementswinkel davon, oder mit Worten: der stumpfe Winkel, unter welchem in der zum IV. Gesetze gehörigen Figur die Hauptaxen einander schneiden, beträgt dagegen

$95^\circ 26'$.

Ihm gegenüber liegen je zwei in eine gerade Linie zusammenfallende Combinationskanten einer Fläche des Hauptrhomboëders und einer Fläche des Nebenrhomboëders. Es bilden daher die bezüglichen Kantenflächen mit den der Projectionsebene parallelen prismatischen Flächen eine Zone, deren Zonenlinie selbstredend den in der Hauptaxen-Ebene liegenden Combinationskanten des Haupt- und des Neben-Rhomboëders parallel ist.

Vier^{tes} Gesetz. [Des Cloizeaux-Sella.]

Ebene der Hauptaxen parallel einer Fläche des hexagonalen Prismas b, und je zwei Dihexaëder-Polkanten¹⁾ mit einander parallel.

Wenn an einem Zwillinge die P und z Flächen der beiden miteinander verbundenen Krystalle ungleichartig orientirt sind, wie dies z. B. an dem in Figur 69 des *Mémoire sur la cristallisation et la structure intérieure du Quartz, par M. Des Cloizeaux, Paris 1855*, abgebildeten Dauphiné'er Zwilling und an den von Herrn Q. Sella in seiner Abhandlung: *Studii sulla mineralogia sarda, Torino 1856* auf Taf. VI, Fig. 51 bis 54 gezeichneten Quarz-zwillingen von Traversella der Fall ist und für alle Fälle, wo man nicht mit Sicherheit die P und z Flächen von einander zu unterscheiden vermag, kann füglich das im vorhergehenden Abschnitte beschriebene IV^{te} Gesetz Anwendung nicht finden

Es ist nöthig, ein allgemeiner gehaltenes Gesetz aufzustellen, welches für alle Fälle Geltung hat, und in welchem daher eigentlich auch das oben abgehandelte IV^{te} Gesetz mit inbegriffen ist.

Damit nun das Gesetz für alle Fälle gelte, mögen

PFlächen mit PFlächen, oder

z " " z " oder

P " " z " miteinander verwachsen, oder mögen sonstwie nur immer beide Krystalle an-

einander, übereinander oder durcheinander gewachsen seyn, so formulire ich dasselbe: Ebene der Hauptaxen parallel einer Fläche des hexagonalen Prismas b, und je zwei Dihexaëder-Polkanten mit einander parallel.

Aus dieser Fassung ersieht man schon auf den ersten Blick die große Analogie, welche zwischen diesem und dem II^{ten} Gesetze, dem Gesetze von G. Rose, besteht. Während nun im II^{ten} Gesetze, wie man weiß, die Ebene, in welcher beide gekreuzten Krystalle liegen, parallel einer Fläche des hexagonalen Prismas a ist, und der spitze Winkel der einander kreuzenden Hauptaxen beider Krystalle dem

1) oder auch: je vier Dihexaëder-Flächen.

doppelten Neigungswinkel einer Fläche des Quarz-Dihexaëders gegen die Hauptaxe entspricht, ist er in vorliegendem V^{en} Gesetze, dem Gesetze von Des-Cloizeaux-Sella, wo die gemeinsame Hauptaxen-Ebene beider Krystalle parallel dem hexagonalen Prisma *b* [d. i. der gewöhnlichen Quarzsäule] liegt, gleich dem doppelten Neigungswinkel einer Polkante des Quarz-Dihexaëders zur Hauptaxe und beträgt bei Zugrundelegung der Kupffer'schen Messungen

$84^{\circ} 34'$;

der stumpfe Winkel ist

$95^{\circ} 26'$.

Bei Vergleichen der zu den Gesetzen V und II gehörigen Figuren sieht man, während in letzterer die dem stumpfen Winkel gegenüber liegenden Dihexaëder-Flächen in einer Ebene liegen und daher zusammenspiegeln, bei ersterer die dem stumpfen Winkel gegenüber liegenden Dihexaëder-Polkanten der beiden mit einander verwachsenen Quarzkristalle in der gemeinsamen Projectionsebene in eine gerade Linie zusammenfallen.

Die Kantenflächen dieser Polkanten, also acht Dihexaëder-Flächen, liegen selbstverständlich mit den der Projectionsebene parallelen prismatischen Flächen in einer Zone.

Vor einiger Zeit acquirirte ich in der Königlichen Mineralien-Niederlage zu Freiberg einige kleine Gruppen von Quarzkristallen mit Antimonglanz, von denen Herr Factor Wappler vermutete, dass sie von Wolfsberg im Harz stammen. Charakteristisch für diese Krystalle ist, dass fast sämmtliche Kanten durch eingeschlossene filzig zusammengebäusste sehr zarte Antimonglaznadeln dunkel gefärbt erscheinen, und dass sämmtliche Flächen derselben einen eigenthümlichen metallisirenden Glasglanz zeigen. Die nicht sonderlich glatten Dihexaëder-Flächen erreichen mehr oder weniger eine gleiche Ausdehnung, die prismatischen *b* Flächen sind stark gestreift, und von Rhomben- und Trapezflächen ist nichts zu bemerken. Die Krystalle sind klein, erscheinen öfters bis auf die Anwachungsstellen ringsum ausge-

bildet, finden sich aber stets zu Gruppen zusammengehäuft. Als ich sie neulich wieder besichtigte, wurde ich überrascht, daß an einer solchen kleinen Gruppe das V^{te} Gesetz in sehr instructiver Weise auftritt. Um eine Vorstellung von dem besprochenen Stücke zu erlangen, braucht man blos die zum Gesetz V gehörige Figur zu betrachten und anzunehmen, daß die gezeichneten vier Krystallpole vier Krystallen [anstatt der gezeichneten zwei einander gegenseitig durchdringenden] angehören. Das betreffende Exemplar ist etwa 10 Mal kleiner als die Figur.

Dieses neue Vorkommen eines immerhin etwas seltenen Gesetzes hat insofern auch noch ein besonderes Interesse, da die hier zusammengewachsenen Krystalle *nicht breitgedrückt* erscheinen. Bekanntlich beobachtete man an den meisten derartigen dem V^{ten} und dem IV^{ten} Gesetze zuzurechnenden Zwillingen eine, wie bereits Herr Des Cloizeaux angeführt hat, durch wiederholte Nebeneinanderwachsung mehrerer Krystalle bedingtes Breitgedrückterscheinen der Zwillinge in der gemeinsamen Ebene, in welcher die zusammengewachsenen Krystalle liegen. Ich erinnere an die a. a. O. von den Herren Weifs, Des Cloizeaux, Q. Sella und von Kokscharoff gegebenen Beschreibungen und Abbildungen der regelmäßigen Verwachsungen von Quarzkristallen aus dem Dauphiné und von Traversella, sowie an meine Quarzwillinge von Münzig, deren neueste Beschreibung Herr Scharff in seiner Abhandlung über den Zwillingsbau des Quarzes¹⁾ gab.

Während bei dem II^{ten}, dem G. Rose'schen Gesetze, in die Breite gezogene Krystalle zu Zwillingen vereinigt sind, hat man bei dem IV^{ten} und V^{ten}, dem Weifs'schen und Des Cloizeaux-Sella'schen Gesetze, breitgedrückte Zwillinge. Im II^{ten} Gesetze erklärt sich dies durch Aneinanderreihungen mehrerer Zwillinge in einer zu der Ebene ihrer einander kreuzenden Hauptaxen rechtwinkeligen Richtung; wogegen im IV^{ten} und V^{ten} Gesetze die Aneinanderreihung der

1) v. Leonhard und Geinitz, N. Jahrb. 1864, Seite 532.

einzelnen zwillingsartig verwachsenen Krystalle in der ihrer Ebene einander kreuzenden Hauptaxen stattfindet.

V1^{tes} (Zwickauer) Gesetz.

Ebene der Hauptaxen parallel einer Fläche des hexagonalen Prismas b, und zwei Dihexaëder-Polkanten des einen, mit zwei Kanten des hexagonalen Prismas b des andern Krystalles parallel.

Die von Herrn A. Breithaupt in seinem vollständigen Handbuche der Mineralogie, Band 3, Seite 666 gegebene Notiz: »Noch giebt man ein anderes Gesetz an, Drehungsaxe senkrecht auf $\frac{3}{2}R'$, Drehungswinkel = 180° « steht sehr isolirt da, und in keiner Mineralogie fand ich etwas Näheres über dieses Zwillingsgesetz, bei welchem die Rhomben-Fläche s ($\frac{3}{2}R'$ Breithaupt's, 2P2 Naumann's) Zwillingsfläche ist. .

Bei Untersuchung der die Hohlräume des Melaphrys von Nieder-Cainsdorf bei Zwickau auskleidenden, oft etwas Nadeleisenerz umschließenden Quarzkristalle zog daher ein etwa 2^{cm} im größten Durchmesser habender, kurzsäulenförmiger, nur an einem Pole ausgebildeter Kristall, welcher mit einem anderen, etwa 6^{mm} großen, ebenfalls nur an einem Pole ausgebildeten, kurzsäulenförmigen Quarzkristalle verwachsen ist, meine besondere Aufmerksamkeit auf sich. Ich fand nämlich nicht allein, daß an beiden Kristallen je eine Säulenfläche mit einander spiegelt, sondern das Reflections-Goniometer lehrte mir auch, daß bei ihnen je zwei Dihexaëder-Flächen in einer Zone liegen. Außer den bei beiden Kristallen auf die erwähnten zusammenspiegelnden Säulenflächen gerad aufgesetzten Dihexaëder-Flächen, welche man bei jedem der beiden Kristalle als die mittlere Dihexaëder-Fläche betrachten möge, ist es am größeren Kristalle die ihr links, am kleineren dagegen die ihr rechts anliegende Dihexaëder-Fläche, welche dieser einer Dihexaëder-Polkante parallelen Zone angehören. Gleichzeitig liegen an dem Zwillinge noch in derselben Zone je eine der nicht in der Ebene der Hauptaxen liegenden Flächen des hexagonalen Prismas b.

er
o-
n,
rn

en
ne
gs-
ehr
Nä-
m-
vil-

yrs
vas
ein
en-
her
em
ver-
ich.
len
Re-
wei
bei
den-
che
Di-
ry-
chts
exa-
lie-
der
des

Schematische Darstellung der am Quarze vorkommenden gekreuzten Hauptaxen

E b e n e d e r H a u p t a x e n b e i d e r K r y s t a l l

d e s

hexagonalen Prismas *a*

(∞ P2 Naumann's)

und

oder

I.

zwei
Dihexaëderflächen
des einen mit
zwei Flächen des Prismas *b*
des andern Krystalles
parallel;

Erstes (Zinnwalder) Gesetz.

Zwillingsszenenlinie

rechtwinkelig

Winkel der Hauptaxen
 $38^\circ 13'$,
entsprechend dem Neigungswinkel einer Fläche des Quarz-
dihexaëders gegen die Hauptaxe.

II.

je zwei
Dihexaëderflächen
mit einander
parallel;

Zweites (Reichensteiner) Gesetz.
(G. Rose.)

zur Ebene der Hauptaxen.

Winkel der Hauptaxen
 $76^\circ 26'$,
entsprechend dem doppelten Neigungswinkel einer Fläche
des Quarzdihexaëders gegen die Hauptaxe.

III.

je zwei Polkanten *)
des Hauptrhomboëders
mit einander
parallel;

Zwei Zwillingsszenenlinien:

rechtwinklig

enden sechs Gesetze regelmässiger Verwachsung mit Hauptaxen.

Krystalle parallel einer Fläche

oder

des
hexagonalen Prismas b
(∞ P Naumann's)
und

VI.

zwei
Dihexaëderpolkanten
des einen mit
zwei Kanten des Prismas b
des anderen Krystalles
parallel;

Sechstes (Zwickauer) Gesetz.

Winkel der Haupttaxen
 $42^\circ 17'$,
entsprechend dem Neigungswinkel einer Polkante des Quarzdihexaëders gegen die Hauptaxe.

Zwei Zwillingszonenlinien schneiden einander unter $95^\circ 26'$ (d. i. dem Complementswinkel der doppelten Neigung einer Polkante des Quarzdihexaëders gegen die Hauptaxe).

Die einer Rhombenfläche s entsprechende Ebene beider ist winkelrecht zur Ebene der Hauptaxen.

V.

je zwei
Dihexaëder-Polkanten **)
mit einander
parallel;

Fünftes Gesetz.
(Des Cloizeaux-Sella.)

Winkel der Haupttaxen
 $84^\circ 34'$,
entsprechend dem doppelten Neigungswinkel einer Polkante des Quarzdihexaëders gegen die Hauptaxe.

Zwillingszonenlinie

IV.

je zwei Flächen
des Hauptrhomboëders
mit einander
parallel;

parallel

hexagonalen Prismas *a*

(∞ P2 Naumann's)

oder

und

I.

zwei
Dihexaëderflächen
des einen mit
zwei Flächen des Prismas *b*
des andern Krystalles
parallel;

Erstes (Zinnwalder) Gesetz.

Zwillingszonenlinie

rechtwinkelig

zur Ebene der Haupttaxen.

Winkel der Haupttaxen

$38^\circ 13'$,

entsprechend dem Neigungswinkel einer Fläche des Quarz-
dihexaëders gegen die Hauptaxe.

II.

je zwei
Dihexaëderflächen
mit einander
parallel;

Zweites (Reichensteiner) Gesetz.

(G. Rose.)

Winkel der Haupttaxen

$76^\circ 26'$,

entsprechend dem doppelten Neigungswinkel einer Fläche
des Quarzdihexaëders gegen die Hauptaxe.

III.

je zwei Polkanten *)
des Hauptrhomboëders
mit einander
parallel;

Drittes Gesetz.

(Q. Sella.)

Zwei Zwillingszonenlinien:

rechtwinkelig
und
parallel } zur Ebene
der Haupttaxen.

Die einer Fläche des ersten stumpferen Rhomboëders — $\frac{1}{2}$ R entsprechende Ebene beider ist winkelrecht zur Ebene der Haupttaxen.

Winkel der Haupttaxen
 $115^\circ 10'$,
entsprechend dem doppelten Neigungswinkel einer Polkante
eines Quarzhomboëders zur Hauptaxe.

*) oder auch: je vier Hauptrhomboëderflächen.

hexagonalen Prismas *b*

(∞ P Naumann's)

und

VI.

zwei
Dihexaëderpolkanten
des einen mit
zwei Kanten des Prismas *b*
des anderen Krystalles
parallel;

Sechstes (Zwickauer) Gesetz.

Winkel der Hauptaxen
 $42^\circ 17'$,
entsprechend dem Neigungswinkel einer Polkante des Quarz-
dihexaëders gegen die Hauptaxe.

Zwei Zwillingszonenlinien schnei-
den einander unter $95^\circ 26'$ (d. i. dem
Complementswinkel der doppelten Nei-
gung einer Polkante des Quarzdihexaë-
ders gegen die Hauptaxe).

Die einer Rhombenfläche *s* ent-
sprechende Ebene beider ist winkel-
recht zur Ebene der Hauptaxen.

V.

je zwei
Dihexaëder-Polkanten **)
mit einander
parallel;

Fünftes Gesetz.
(Des Cloizeaux-Sella.)

Zwillingszonenlinie

Winkel der Hauptaxen
 $84^\circ 34'$,
entsprechend dem doppelten Neigungswinkel einer Polkante
des Quarzdihexaëders gegen die Hauptaxe.

parallel

IV.

je zwei Flächen
des Hauprhomboëders
mit einander
parallel;

zur Ebene der Hauptaxen.

Viertes Gesetz.
(C. S. Weifs.)

Winkel der Hauptaxen
 $84^\circ 34'$,
entsprechend dem doppelten Neigungswinkel der Combinations-
kante einer Hauprhomboëderfläche mit einer Neben-
rhomboëderfläche zur Hauptaxe.

**) oder auch: je vier Dihexaëderflächen.

I
sind
and
Figu
mas
man

kreu
B
den,
Qua
gend
als b
ze a

B
mit
lings
zu e
je ei
beide
unter

d. i.
Polk

H
(die
hexa
die
zur

I
der
fläch

I
am G
wach
folg
den,
spon

In der schematischen zum VI^{ten} Gesetze gehörigen Figur sind beide Krystalle als vollkommen ausgebildet und einander durchdringend dargestellt. Zur Projectionsebene der Figur wählte ich die einer Fläche des hexagonalen Prismas *b* [d. i. der gewöhnlichen Quarzsäule (∞P Naumann's)] parallele Ebene der einander unter Winkeln von $42^\circ 17'$ und $137^\circ 43'$

kreuzenden Hauptaxen.

Der spitze Winkel, unter dem letztere einander schneiden, entspricht dem Neigungswinkel einer Polkante des Quarz-Dihexaeders zur Hauptaxe, und ist also bei vorliegendem VI^{ten} (dem Zwickauer) Gesetze gerade *halb so groß*, als bei dem IV^{ten} und V^{ten} Gesetze [Weiss und Des Cloizeaux-Sella.]

Bei diesem VI^{ten} (dem Zwickauer) Gesetze hat man es mit zwei Zwillingszonen zu thun, deren beiderseitige Zwillingszonenlinien in der Projectionsebene (Fig. zu Gesetz VI.) zu einer geraden Linie projicirt erscheinen, da sie jedoch je einer Dihexaeder-Polkante parallel liegen, so schneiden beide Zwillingszonenlinien einander, wie leicht ersichtlich, unter

$95^\circ 26'$,

d. i. dem Complementswinkel der doppelten Neigung einer Polkante des Quarzdihexaeders gegen die Hauptaxe.

Einer jeden Zone gehören 8 Dihexaeder-Flächen und 4 (die beiden einspringenden Winkel bildenden) Flächen des hexagonalen Prismas *b*, jedoch in der Weise an, dass sich die angegebenen Flächenzahlen zur Hälfte auf die oberen, zur Hälfte auf die unteren Krystallpole vertheilen.

Die Ebene der Zwillingszonenlinie steht winkelrecht auf der Ebene der Hauptaxen und entspricht einer Rhombenfläche *s*.

Der leichteren Uebersichtlichkeit wegen stelle ich die am Quarze vorkommenden sechs Gesetze regelmässiger Verwachsung mit gekreuzten Hauptaxen tabellarisch in nachfolgendem Schema so zusammen, dass sie eine Reihe bilden, deren vordere und hintere Glieder mit einander correspondiren.

(Hier folgt die Tabelle.)

**VII. Ueber die elektrische Leistungsfähigkeit der
Gase unter schwachen Drucken;
von Hrn. A. Morren.**

(*Ann. de chim. et de phys. Sér. IV, T. IV. p. 325.*)

[Im Eingange zu dieser Arbeit bemerkt der Verf., dass er bereits am 31. März 1862 der Pariser Akademie eine Notiz von derselben übergeben habe, dass er aber durch eine ähnliche Untersuchung des Hrn. De la Rive, von der er Kunde erlangt, veranlaßt worden sey, das Erscheinen dieser abzuwarten, bevor er die seinige ausführlich voröffentliche. Seitdem habe nun Hr. de la Rive der Pariser Akademie am 13. April 1863 seine Abhandlung vorgelegt¹⁾), und da er daraus ersehen, dass der Genfer Physiker sich nur mit Wasserstoff und Stickstoff beschäftigte, so halte er es nicht für überflüssig, die Resultate seiner Untersuchung dem Publicum zu übergeben. Dann fährt er fort wie folgt.]

Es boten sich mir zwei Verfahrensweisen dar, deren eine schon in meiner Notiz vom 31. März 1862 angedeutet ist. Sie ist, bis auf einige sehr geringe Abweichungen, genau die von Herrn De la Rive befolgte. Ich suchte für beide nach einer doppelten Controle. Hinsichtlich der beiden oben genannten Gase haben sie mir zu demselben Resultat geführt. Uebrigens haben die beiden Verfahrensweisen viele Analogie mit einander. Bei beiden isolirt man eine bestimmte Menge eines Gases. Allein bei der ersten variiert man das Volum desselben, indem man in einer bekannten und wohl gemessenen Weise den von ihm eingenommenen Raum vergrößert; bei dem anderen variiert man die Dichtigkeit desselben, indem man fortwährend evaciirt und die Verdünnung mit Sicherheit misst. Dazu diente mir meine Quecksilberpumpe.

Zu dem ersten Verfahren nimmt man eine Röhre von etwa 1^m, 40 Länge und 2 Centm. innerem Durchmesser (Fig. 11, Taf. I, Heft I); dies ist die größte Weite, die ich angewandt (ich bin nicht 13 Millm. darunter hinabgegangen.) Man reinigt sie mit möglichster Sorgfalt, anfangs

1) Ausführlich erschienen in den *Archives de scienc. phys.* Juli 1866.

mit siedender Salpetersäure und dann wiederholt mit destillirtem Wasser, wobei man sie jedesmal trocknet, Operationen, die man nicht eher vollzieht, als bis man die weiterhin erwähnten Theile davon geschmolzt hat. Die Röhre ist an einem Ende verschlossen und daselbst mit einer Platin-Elektrode versehen; an das andere Ende ist ein Haarröhrchen oben mit einem großen Behälter daran geschmolzt, und am Fusse dieses Röhrchens ist in der langen Röhre eine Platin-Elektrode angebracht. Hierauf theilt man diese Röhre in gleiche Raumtheile, wobei ich 10 Cubikcentm. als Einheit nehme. Diese Operation wird mit reinem und trocknem Quecksilber ausgeführt, welches man durch den oberen offenen Behälter einfüllt. Man lässt dasselbe mit sehr großer Sorgfalt in der Röhre sieden, und füllt dieselbe genau auf die Weise, wie es bei weiten Barometerröhren geschieht. Ist die Röhre gefüllt und erkaltet, so schneidet man den oberen Behälter *R* ab und nimmt ihn fort; es bleibt dann nur die lange Röhre mit dem Haarröhrchen *Bb* oben darauf. Man steckt auf dieses einen zweckmäßig durchbohrten Ppropfen, welcher sich unter einem Glasschälchen befindet, in das man Quecksilber gießt. In dieses stellt man eine kleine Eprouvette, welche das sehr reine Gas enthält, mit welchem man arbeiten will; man hebt die lange Röhre und das Haarröhrchen, durch Verschieben in dem Ppropfen, bis man das capillare Ende sich in der kleinen Eprouvette mit Gas über das Quecksilber erheben sieht. Dann erhitzt man die lange Röhre, sie dabei etwas neigend. Das Quecksilber dehnt sich aus und tritt in Tröpfchen aus dem Haarröhrchen; dann, wenn man glaubt, daß genug ausgetreten sey, lässt man den Apparat erkalten; das Quecksilber zieht sich zusammen, und statt desselben tritt Gas in das Haarröhrchen. Wenn man die Gasmenge für hinreichend hält, lässt man die lange Röhre etwas hinab, so daß das in dem Ppropfen sich verschiebende Haarröhrchen wieder in das Quecksilber tritt. Nun wartet man. Die erkaltende Röhre führt mit sich in das Innere der langen Röhre die Gasblase, deren Länge man

mifst, und da man den Durchmesser des Haarröhrchens durch vorherige sorgfältige Messung kennt, so hat man Alles, um das Volum der eintretenden Gasblase zu bestimmen. Man kann sie übrigens, was ich nie unterlief, noch messen, indem man sie wieder in das Haarröhrchen eintreten lässt, nachdem die ganze Röhre erkaltet ist, dabei blofs die Wärme der Hand mit Geschicklichkeit anwendend. Man mifst auf's Neue die Länge und folglich das Volum. Auch muß ich noch einer Controle des inneren Volums der Röhre erwähnen, welche darin besteht, daß man sie leer und mit Quecksilber gefüllt wägt.

Am Ende des Haarröhrchens und zwar mittelst einer Kautschukröhre, deren Widerstand man bedeutend verstärkt, (indem man inwendig zwischen den tibereinander gelegten Kautschuklamellen ein Stück Tuch anbringt) befestige man den folgenden Apparat:

EF ist ein Glasrohr, dem seitwärts ein Rohr mit Hahn *C* angelötet ist; letzteres endigt in einem gekrümmten Theil *CJ*, der durch den Ppropfen *H* in die Flasche *D* geht und in Quecksilber taucht. Eine audere, auch durch den Ppropfen *H* gehende Röhre *M* erlaubt, die Flasche *D* über dem Quecksilber zu evakuiren.

Man begreift, daß man nur den Hahn *C* zu drehen braucht, um das Quecksilber in dem langen Rohre *AB* so langsam wie möglich herabsinken zu lassen. Den einen Draht des Inductionsapparates befestigt man an *A*, den anderen an *B*. Der Strom geht durch das Quecksilber und von da durch das verdünnte Gas, ehe er die andere Elektrode erreicht. Man sieht das verdünnte Gas leuchten, und der durchgehende Strom wird seiner Intensität nach durch ein in seine Bahn eingeschaltetes Galvanometer gemessen, wie weiter auseinander gesetzt werden soll, wo ausführlicher von dem zweiten Verfahren die Rede ist. Man kann also einerseits die Intensität des Stromes messen und anderseits genau erfahren, wie groß in jedem Augenblick das Gasvolum ist, welches man nach und nach verdünnt, bis es das gesamte Volum *AB* der Barometerröhre einnimmt. Das

Mari
verkn
laufend
Man k
der El
der Ru
Me
Ablenk
die el
von d
Di

zwei
besteh
Spann
und d
die Zu
sticität
Maxim
diesen
nummt
Null :

Bei
wie m

Es
vorzul
sehr C
mit re
befrei
und n
dert.
trische
silber
Temp
mit d
ratur
in de
Freili

Mariotte'sche Gesetz, welches die Volume mit den Drucken verknüpft, gestattet, die Elasticität des vom Strome durchlaufenen Gases mit Leichtigkeit und Sicherheit zu erhalten. Man begreift, dass unter diesen Umständen die Schwächung der Elasticität des Gases durch nichts als durch das Volum der Röhre *AB* beschränkt ist.

Merkt man sich die Spannkräfte des Gases und die Ablenkungen des Galvanometers, so hat man alles, um für die elektrische Leistungsfähigkeit die Curven zu construiren, von denen weiterhin die Rede seyn wird.

Die Vortheile dieses Verfahrens, welches ich nur bei zwei Gasen, Stickstoff und Wasserstoff, angewandt habe, besteht darin, dass man eine sehr genaue Messung von der Spannkraft der Gase unter sehr schwachen Drucken erhält und dass man mit Genauigkeit nachweisen kann: erstens die Zunahme der Leistungsfähigkeit bei Abnahme der Elasticität, zweitens den Punkt, wo diese Leistungsfähigkeit ein Maximum erreicht, und drittens den Umstand, dass über diesen Punkt hinaus die Leistungsfähigkeit sehr rasch abnimmt, um bei sehr schwachen, fast nullgleichen Drucken Null zu werden.

Betrachten wir nun seine Nachtheile: sie sind grofs, wie man sehen wird.

Es ist unnötig, die practischen Schwierigkeiten hervorzuheben, welche die Darstellung einer 1^m,40 langen und sehr (oft 2 Centm.) weiten Röhre mit sich führt, die man mit reinem und durch langes Kochen vollkommen von Luft befreitem Quecksilber füllen soll. Das ist eine langweilige und mühsame Arbeit, die indes doch nur Sorgfalt erfordert. Viel ernster ist der Uebelstand, dass sie die elektrische Leistungsfähigkeit des Gases durch die des Quecksilberdampfs complicirt, welche letztere zwar bei niederen Temperaturen gering, bei höheren aber beträchtlich ist, und mit der Wärme wächst. Denn bei gewöhnlicher Temperatur und selbst bei 0° zeigen die spectralen Reactionen in dem Lichte die Gegenwart von Quecksilberdampf an. Freilich, da das Quecksilber auf der einen Seite als Elek-

trode dient, so reicht der Funke hin, das Quecksilber zu verdampfen. Ich wollte in dieser Beziehung das Leitungsvermögen des Quecksilberdampfs ermitteln, ohne anderes Gas als das, welches das Quecksilber noch nach sehr langem Auskochen gelöst enthalten kann. Als ich den Funken durch ein reines, von fremden Gasen freies barometrisches Vacuum schlagen ließ, erkannte ich, daß: 1) Wenn der Raum nicht bedeutend ist, der Strom durchgeht unter Erzeugung eines grünlichen, ungeschichteten Lichts, in welchem die Spectrallinien die Gegenwart von Quecksilber anzeigen; 2) daß in dem Maafse, als der Raum größer wird, die elektrische Leistungsfähigkeit, sowie das Licht, abnimmt. Nehmen wir ein Zahlenbeispiel. Wenn in einer Röhre von 13^m,8 innerem Durchmesser der leere Raum 40 Cubikcentm. beträgt, d. h. wenn die obere Elektrode etwa 30 Centm. vom Quecksilber absteht, ist das Licht schwach und weit geringer, als wenn der Abstand nur 15 Centm. beträgt. Sobald aber der Raum 80 Cubikcentm. beträgt, hört der Durchgang des Stromes auf und das Licht verschwindet; 3) daß, wenn man die Temperatur hinreichend erhöht, der Strom und das Licht wieder zum Vorschein kommen, desto mehr, je stärker man erwärmt; 4) daß, wenn man im Moment, da der Strom nicht mehr durchgeht, eine Blase Stickstoff oder Wasserstoff hinzufügt, der Strom und das Licht sogleich wieder erscheinen. Hier ein Beispiel davon.

Durch eine barometrische Kammer von 10 Cubikcentm., d. h. von 10000 Cubikmillimet., leitete ich den elektrischen Strom; das Licht war schwach wie gewöhnlich und die Ablenkung des Galvanometers etwa 10°. Ich ließ eine Wasserstoffblase von 1 Cubikmillm. unter dem Druck von 0^m,7606 eintreten; der ausgedehnte Wasserstoff stand also unter dem Druck von $\frac{0,7606}{10000}$ d. h. von 0^m, 76, und in diesem Fall giebt er für sich, wie wir weiterhin sehen werden, nur ein ziemlich schwaches Licht und einen schwachen Strom. Und dennoch wurde hier, sowie die Blase eintrat, das Licht sogleich sehr schön und die galvanometrische Ablenkung stieg

auf 66
silber
Verfa

No
den se
von Q
bleibe
Aber
ausser
geht,
soglei
dem :

E
schme
cuum
ich e
mir g
silber
lösen
solut
Siede
schw
zum
vollk
Qued
giebt
zu b
bewe
schei
ist, v
jetzt
volls
ist),
unm
fser
Barc
Tren

auf 66°. Man sieht also, dass die Gegenwart des Quecksilberdampfs nicht ohne Einfluss ist auf die nach diesem Verfahren studirte Leistungsfähigkeit der Gase.

Noch mehr: Alle Gase, welche nicht einfach sind, werden sogleich und ohne Ausnahme zersetzt, wenn inmitten von Quecksilberdämpfen ein Strom durch sie hingeht. Es bleiben also nur Stickstoff, Wasserstoff und Sauerstoff übrig. Aber letzterer verschwindet in der Barometerkammer mit außerordentlicher Schnelligkeit, sowie die Elektricität durchgeht, weil er durch die Oxydation der Quecksilberdämpfe sogleich absorbirt wird. Dies Alles geschieht nicht bei dem zweiten Verfahren.

Endlich muss ich hinzufügen, dass man sich vergebens schmeichelt, nur Quecksilberdämpfe im barometrischen Vacuum zu haben. Einige specielle Schwierigkeiten, zu denen ich erst in den letzten Tagen den Schlüssel auffand, haben mir gezeigt, dass alle Flüssigkeiten und auch das Quecksilber, trotz seiner metallischen Natur, beständig Gase auflösen und zurückhalten, von denen man sie unmöglich absolut befreien kann, selbst nicht durch sehr lang fortgesetztes Sieden, und dass, wenn dieses wohl ausgeführt worden, es schwer hält, die Flüssigkeitssäule in dem vertikalen Rohr zum Sinken zu bringen dadurch, dass man unten ein sehr vollkommenes Vacuum herstellt. Dies findet selbst beim Quecksilber statt, und wenn es durch einen Kunstgriff (es giebt deren mehre) gelingt, die flüssige Säure zum Sinken zu bringen und eine schwierige Trennung (*Disjonction*) zu bewerkstelligen, sogleich eine unvermeidliche Luftblase erscheint, deren Natur je nach der Flüssigkeit verschieden ist, und ich für einige derselben studirt habe. Ich habe für jetzt die Ueberzeugung, dass, wenn man eine Flüssigkeit vollständig von Gas befreien könnte (was recht schwierig ist), die Trennung ihrer Moleküle und selbst alles Sieden unmöglich wäre. Diese Gasblase löst sich wieder mit grosser Leichtigkeit, sowie man der Flüssigkeit erlaubt, die Barometerkammer zu füllen, und diese Blase, die bei jeder Trennung erscheint, hat ein nach der Natur verschiedenes

Volum, und ein desto kleineres, je länger das Sieden fortgesetzt ward. Man sieht also, dass die Leitungsfähigkeit des Quecksilberdampfs und eines jeden anderen Dampfs immer getrübt ist durch die Leitungsfähigkeit des gelösten Gases. Uebrigens entferne ich mich hier von meinem Gegenstande, indem ich von Arbeiten spreche, welche in einer anderen Veröffentlichung Platz finden werden. Ich habe jahrelang sehr reine Gase in den Kammern gutverfertigter Barometer aufbewahrt, und immer gesehen, dass sich mit der Zeit das gelöste Gas oder Gasgemisch mit dem in die Kammer gebrachten Gase vereinigte. Man begreift also, warum ich mich hier darauf beschränke, nur mit Stickstoff und Wasserstoff zu experimentiren, und dazu mit Vorbehalt, die Resultate noch auf eine andere Weise zu controliren.

Ich begnüge mich, hier zu sagen, dass man durch dieses Verfahren nachweisen kann, dass mit wachsender Abnahme des Drucks die elektrische Leitungsfähigkeit des Stickstoffs und Wasserstoffs über eine gewisse Elasticität hinaus unauflöslich abnimmt und dass sie bei vollständigem Vacuum und nullgleichem Druck Null wird, was letzteres auch durch andere Methoden erkannt ist, namentlich durch Hrn. Gassiot nachgewiesen ward, indem er reine Kohlensäure in einer Röhre mittelst Aetzkali absorbiren ließ. Ehe ich zu dem zweiten Verfahren übergehe, welches für mich das wichtigere ist, muss ich die Details eines Versuchs mittheilen, in welchem ich, bei constant gehaltenem Abstand der Elektroden, durch Vergrößerung des Volums die Spannkraft verringern und dabei die elektrische Leitungsfähigkeit des dem Quecksilberdampfe beigemengten Gases mit Genauigkeit messen konnte (die leuchtenden Röhren, welche man fertigt, haben einen vortrefflichen Glanz, wenn man sie in dem Momente zuschmelzt, wo Leitungsfähigkeit und Licht sich auf ihrem Maximum befinden). Um den Platin-elektroden einen constanten Abstand zu geben, schmelzte ich die eine am Ende der Röhre ein und die andere in der Seitenwand derselben. Ein Versuch mit einer Stickstoffblase, die unter steter Vergrößerung des Volum in eine Barome-

terkammer gebracht wurde, gab folgende Zahlen, wobei der Druck nach dem Mariotte'schen Gesetz berechnet wurde.

Gewicht der Glasröhre, leer	116 ^{grm} ,90.
do. do. do. mit Quecksilber gefüllt	2136 ^{grm} ,00.
do. des füllenden Quecksilbers . . .	2019 ^{grm} ,10.

Um den Durchmesser des oben angeschmolzenen Haarröhrchens zu messen, ließ ich in dasselbe ein Quecksilbertropfchen eintreten, das 252^{mm} lang war und 3^{grm},82 wog. Die später eingeführte Stickstoffblase hatte in dem Haarröhrchen eine Länge von 22 Millm. Mit diesen Daten waren die beobachteten Volume, Drucke und Ablenkungen folgende:

Volume in Centm.	Drucke in Millm.	Ablenkungen des Galvanometers	Licht
10	0,0339	40°	Schön
20	0,0169	27	VVeniger schön
30	0,0113	18	do. do.
40	0,0084	13	VVeniger lebhaft
50	0,0067	7	do. do.
60	0,0056	4	Viel schwächer
70	0,0048	2	do. do.
80	0,0042	1	Fast Null
90	0,0037	0	Ganz Null

Es war unnöthig, das Quecksilber weiter zu senken. Bei diesem Versuch betrug der Abstand der Elektroden 0^m,125. Wir haben oben gesagt, mit welcher Leichtigkeit die Gase, wenn sie nicht einfach sind, im barometrischen Vacuo durch die Elektricität zersetzt werden. Ich will hier, als vortrefflichen Vorlesungsversuch, angeben, wie man diese Zersetzung effectvoll zeigen kann. Man bringt in die Barometerkammer eines langen Rohrs, das mit Elektroden versehen ist, soviel Stickstoff-Oxydul oder Oxyd, dass der rückständige Stickstoff diejenige Spannkraft habe, welche die beste Leistungsfähigkeit giebt. Nachdem das Rohr verschlossen worden, sieht man im Moment, da der Strom durchgeht, ein weinrothes, nicht fluorescirendes schwaches Licht, welches die Gesamtheit der Röhre einnimmt; allein nach Ablauf einiger Sekunden erscheint am negativen Pol das prächtige und

fluorescirende Licht des Stickstoffs, welches sich langsam zum positiven Pol begiebt. Das Resultat ist glänzend, besonders wenn man das Rohr vor dem Durchgang des Stromes erwärmt.

Ich gehe zum zweiten Verfahren über, welches ich seit meinem ersten Briefe an die Akademie sehr verbessert habe. Zur Darstellung und Handhabung der Gase wende ich die in früheren Abhandlungen beschriebenen Quecksilbermanometer an. Alle Hähne an den Verbindungsrohren sind von Glas; ihre Dichtigkeit und Handhabung lässt nichts zu wünschen übrig. Hinter dem Gasometer und getrennt von ihm durch eine Verbindungsrohre mit Hahn ist ein cylindrisches Rohr von 29 Millm. Weite und 45 Centm. Länge. Der Abstand der Elektroden in dem Rohre beträgt 24 Centm. Das andere Ende des Rohrs ist verbunden mit einem Quecksilber-Aspirator und durch das bloße Spiel eines Hahns kann man mit gehöriger Langsamkeit und mit der vollständigsten Sicherheit das Vacuum in der horizontalen Experimentirröhre herstellen. Die angewandten Elektroden waren fast immer von Aluminium, ausgenommen bei einem einzigen Gase, dem Sauerstoff, weil unter dem Einfluss des Stroms das verflüchtigte Aluminium sich oxydirt, was das Platin nicht thut. Allein das Platin bietet bei langer Anwendung Uebelstände dar, derentwegen ich es verliess. Es verflüchtigt sich nämlich mit Leichtigkeit in Gestalt eines feinen, schwarzen Pulvers, welches die Röhre ringsum den negativen Pol auskleidet und beschmutzt, und was das schlimmste ist, dieser Staub nimmt immer mehr zu, dehnt sich längs der Röhre aus und wird elektricitätsleitend; in gewissen Fällen wird er sogar leuchtend. Er dient als Elektricitätsleiter, die Aureole des negativen Pols dehnt sich ringsum ihn aus, und damit hört der Abstand der Elektroden auf ein constanter zu seyn.

Oben auf dem Quecksilber-Aspirator¹⁾ und einen Körper mit ihm bildend, befinden sich zwei Manometer, eins mit Quecksilber und eins mit Schwefelsäure. Dieses letztere besteht aus einer ausgesuchten und wohl kalibrirten Röhre von 37 Centm. Länge und 6 Millm. Weite; es

1) Eine Quecksilber-Luftpumpe, nach Art der Geissler'schen. P.

taucht unten in einen Behälter mit concentrirter Schwefelsäure, welches anfangs dazu dient, den Aspirator und das Gas, mit welchem man operirt und welches schon vor der Ankunft im Gasometer getrocknet worden ist, immer sehr trocken zu halten. Hierauf ist die Schwefelsäure die Flüssigkeit, welche in dem langen Rohre, je nach den Veränderungen des Druckes, steigt oder fällt. Diese beiden Manometer erlauben, den von dem Gas getragenen Druck leicht bis auf 0,1 Millm. Quecksilber zu bestimmen.

In einer künstlichen Arbeit: *Ueber die Natur der von Flüssigkeiten gelösten Gase*, werde ich zeigen, wie man verfahren muss, um ein vortreffliches Manometer mit Schwefelsäure zu haben, ungeachtet ihrer Eigenschaft, schwefligsaures Gas ins Unbestimmte zu lösen.

Es erübrigert mir noch, die Vorsichtsmaßregeln anzugeben, welche ich genommen, um eine empfindliche Messung der Intensität des elektrischen Stroms zu erhalten.

Die Elektricität wird geliefert von einem kleinen Rühmkorff'schen Apparat, angeregt durch vier Bunsen'sche Zellen. Dieser Apparat wird in weiter Ferne aufgestellt von dem Arbeitsort, wo sich der Gasometer, die Gasröhre und der Quecksilber-Aspirator befinden; man vermeidet dadurch den Einfluss der Magnetisirung des weichen Eisens auf das Galvanometer, welches zur Messung der Intensität des Stromes dient. Das Galvanometer besteht aus einem Kupferdraht von 25 Meter Länge 0,7 Millm. Dicke. Das System der beiden astaticischen Nadeln wiegt 0^{gram} 317; es ist sehr empfindlich und die Nadeln sind stark und sehr gleichmäßig magnetisirt. Es ist, wie man sieht, ein sehr empfindliches Galvanometer, wie das Melloni'sche. Wenn der Inductions-Apparat vorgerichtet ist, beginnt man damit, mittelst des Galvanometers die Intensität des elektrischen Stromes zu erforschen. Zu dem Ende muss man einen der beiden Ströme des Apparats, denjenigen von der schwächeren Spannung, entfernen. Hr. De la Rive hat geglaubt zu diesem Zweck einen Trenner (*séparateur*) mit Platin spitzen, der nur den Strom mit starker Spannung durch-

lässt, anwenden zu müssen; allein ich war genöthigt, dieses Mittel zu verwerfen, weil die Platindrähte durch das Ueberschlagen schnell verändert werden, und dadurch sowohl in ihrem Abstand als in der Intensität des Stroms eine merkliche Veränderung herbeigeführt wird. Man ist bei Anwendung dieses Mittels zu einer fort dauernden Aufsicht genöthigt. Ich gebe einer zu diesem Zweck construirten Röhre mit verdünntem Wasserstoff den Vorzug. Diese Röhre schalte ich in die Kette des inducirten Drahts, welcher den Strom zu den Apparaten führt. Diese Gas-Röhre ist ein vortrefflicher Trenner, mit dem ich den Strom sehr lange sehr constant halten konnte. Ich gebrauche mehre solcher Röhren, welche ich als Widerstandsrollen benutze, wenn ich einen zu starken Strom schwächen will. Ich reducire dadurch den Strom immer auf dieselbe Intensität, wenn er nur die Leitungsdrähte und das Galvanometer durchläuft. Nachdem der Strom sonach mit größter Sorgfalt regulirt worden ist, bringt man die mit zwei Elektroden versehene horizontale Röhre, welche das zu untersuchende Gas enthält, in die Kette.

Nach dieser Vorbereitung dreht ein Gehülfen den Hahn des Quecksilber-Aspirators, der nun die Elektroden-Röhre langsam evaciirt. Währenddefs beobachte ich sorgfältig mittelst eines Fernrohrs die Nadel des Galvanometers, und sobald sie sich in Bewegung setzt, schließt der Gehülfen den Hahn des Vacuums und man notirt sorgfältig den Druck. Läßt man abermals einige Gasblasen in die Röhre eintreten, so ist es leicht, den Versuch wieder anzufangen und dadurch sehr genau den Moment der ersten Erschütterung der Galvanometernadel, sowie den Werth der Spannkraft des Gases zu erhalten. Macht man diesen Versuch im Dunklen und beleuchtet das Galvanometer mit Kerzenlicht, so erkennt man, daß die Ablenkung eher beginnt, als das elektrische Licht in der Röhre erscheint; allein dies dauert nicht lange. Nachdem man den Moment der ersten Ablenkung wohl erfaßt hat, fährt man fort, durch Öffnen des Hahns das Gas in der Röhre sehr langsam zu verdün-

nen und in jedem Moment die Spannkraft des Gases und die galvanometrische Ablenkung mit Genauigkeit aufzuzeichnen. Man fährt damit fort bis zu dem Moment, wo die Luftpumpe aufhört, das Gas zu verdünnen. Dies ist der erste Theil der Operation; der zweite dient zur Controle des ersten und besteht darin, dass man, nachdem die Verdünnung bis zu ihrer äussersten Gränze gelangt ist, auf der entgegengesetzten Seite der Röhre wieder Gas eintreten lässt. Allmählich nimmt der Druck zu und die galvanometrische Ablenkung ab; man notirt deren Werthe, die mit den früheren bei steigender Verdünnung identisch seyn müssen. Nach beendigter Operation misst man abermals die Kraft der Säule, um zu sehen, ob sie constant geblieben sey; erst wenn dies der Fall ist, werden die Beobachtungsreihen als zulässig betrachtet. Dieses Verfahren ist einfach, leicht und rasch und liefert vergleichbare Resultate.

Gegen das erste Verfahren zeigt es zwei wichtige Unterschiede. Der erste besteht darin, dass bei ihm die zusammengesetzten Gase meistens nur langsam zersetzt werden. Einige machen jedoch eine Ausnahme. So braucht das Cyangas, unter einem bestimmten Druck, nur einige Sekunden, um unter Einfluss der Elektricität zu zerfallen. Der zweite besteht darin, dass, wie weit man auch das Evacuiren der Röhre getrieben haben mag, doch immer etwas Licht in derselben erscheint, und dass der elektrische Strom nach einem für jedes Gas verschiedenen Maximum unaufhörlich abnimmt, ohne indes jemals Null zu werden. Bei den Gasen, in welchen das Licht geschichtet ist, nimmt der Abstand zwischen den Schichten immer zu, in dem Maasse, als der Druck abnimmt. Zuweilen sah ich beim Wasserstoff, Stickstoff und Kohlensäure gar diesen Abstand so gros werden, dass in der 24 Centm. langen Röhre nur drei Schichten erschienen. In diesem Fall sind die Schichten fast unbeweglich und schwach leuchtend; unter dem Mikroskop betrachtet, boten sie nichts Interessantes dar.

Ueber die stets constante Kraft des von mir angewand-

ten Stroms habe ich noch Einiges hinzuzufügen. Vier Bunsen'sche Zellen, deren immer identische Flüssigkeiten bei jedem Versuch zum ersten Male angewandt wurden, und deren Zinkylinder man jedesmal frisch amalgamirte, lieferten fast immer einen identischen Inductionsstrom, wenn man die Vorsicht traf, den Inductionsapparat nach jedesmaligem Gebrauch in einen Kasten mit Aetzkalk zu stellen, um ihn vollkommen trocken zu halten. Dies ist ein vor treffliches Mittel, um diesen Apparat in gutem Gang und bei lebhafter Kraft zu erhalten. Man beginnt damit, das Galvanometer und den erwähnten Trenner in den Inductionsstrom einzuschalten. Bei meinen Versuchen und bei meinem Galvanometer reducire der Trenner die Ablenkung auf 60° , sobald unter den eben beschriebenen Umständen, der Inductionsstrom das Minimum seiner Kraft besafs. War die Ablenkung gröfser als 60° , so fügte man, um sie immer auf diesen Werth zurückzuführen, der Kette entweder einen neuen Trenner oder eine Widerstandsrolle hinzu. Nach Erlangung dieses Resultats nahm man den ersten Trenner fort, und ersetzte ihn durch die Experimentirröhre; dann, nach Beendigung des Versuchs, brachte man den Trenner statt der Experimentirröhre wieder in die Kette, worauf die galvanometrische Ablenkung noch 60° seyn musste; war sie anders, so wurde die Versuchsreihe verworfen.

Was die Resultate meiner Arbeit betrifft, so sind deren Zahlenwerthe bis auf geringe Unterschiede identisch mit den in den *Comptes rendus* veröffentlichten.

Um die mit verschiedenen Gasen erhaltenen Resultate sicherer zu vergleichen, musste ich über das Verhältniss der Kräfte zu den galvanometrischen Ablenkungen eine Tafel entwerfen, die überdies nothwendig ist zur Construction einer zweiten über die elektrische Leitungsfähigkeit der untersuchten Gase.

Verhäl

Ablenk.

29°
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39

Mit
in we
Wasse
die at
aber b
werde
chen,
rische

Pog

Verhältnis der Kräfte zu den Ablenkungen bei dem angewandten Galvanometer.

Ablenk.	Kraft	Ablenk.	Kraft	Ablenk.	Kraft	Ablenk.	Kraft
29°	30	40°	45	51°	73	62°	133
30	31	41	47	52	76	63	141
31	32	42	49	53	80	64	150
32	33	43	51	54	84	65	160
33	34	44	53	55 _g	89	66	171
34	35	45	55	56	94	67	183
35	36	46	58	57	99	68	197
36	37,5	47	61	58	105	69	218
37	39	48	64	59	111	70	228
38	41	49	67	60	118	71	248
39	43	50	70	61	125		

Mittelst dieser Tafel lässt sich die folgende aufstellen, in welche fünf Gase aufgenommen sind: 1) drei einfache, Wasserstoff, Sauerstoff und Stickstoff; 2) ein Gasgemenge, die atmosphärische Luft, und 3) ein zusammengesetztes, aber hier sehr stabiles Gas, die Kohlensäure. Nur beiläufig werde ich von den übrigen zusammengesetzten Gasen sprechen, mit denen ich experimentirte. Warum ich atmosphärische Luft untersuchte, wird man weiterhin sehen.

Vergleichende Uebersicht der elektrischen Leitungsfähigkeit einiger Gase.

Ehe ich die Zahlen dieser Uebersicht discutire, habe ich einige allgemeine Bemerkungen zu machen.

Eine der sonderbarsten Erscheinungen, welche die verdünnten Gase darbieten, ist die dunkle, lichtlose Zone am negativen Pol. Sie ist in den verschiedenen Gasen von ungleicher Grösse, allein ich habe sie auch in demselben Gase und unter demselben Druck sich verändern gesehen. So sah ich sie in Kohlensäure gewöhnlich 19 bis 20 Millm. lang, allein einmal sah ich sie eine Länge von 100 Millm. einnehmen. Die Ursachen dieser sonderbaren Erscheinung habe ich noch nicht ermitteln können. Ich begnüge mich daher die Längen anzugeben, die ich in verschiedenen Gasen unter einem Druck von 0,5 bis 1,0 Millm. beobachtete. Bei allen diesen Gasen blieb der Abstand und die Natur der Elektroden immer unverändert in einer und derselben Experimentir-Röhre, welche ich bei wiederholten Versuchen das Glück hatte nicht zu zerbrechen, jedesmal aber immer sorgfältig reinigte.

Länge der dunklen Zone am negativen Pol.			
Wasserstoff	40	Millimeter	
Stickstoff	35	"	"
Sauerstoff	64	"	"
Kohlensäure	19	"	"
Kohlenoxyd	42	"	"

Die Farbe des Lichts in den verschiedenen Gasen ist untersuchenswerth; allein der sonderbarste Theil dieses Lichts ist der, welcher sich am negativen Pol zeigt, anfangs in Gestalt einer fadenförmigen Aureole, dann fortwährend an Breite zunimmt und darauf die ganze Elektrode mit oft den lieblichsten und sanftesten Farben bekleidet.

Wie schon gesagt, ist die allgemeine Farbe des Lichts in der Röhre verschieden nach der Natur des Glases. Diese Farbtöne röhren von Fluorescenz her, die im Glase je nach dessen Bestandtheile entwickelt wird. Die allgemeine Farbe des Lichts änderte sich nicht, wenn das Glas constant wäre. Allein der Theil, welcher sich am wenigsten ändert, ist eben die Aureole an der negativen Elektrode,

sobald
nicht
dafs
Elektro-

Fol-
in Röh-

Fluo-
Röh-

Sehr gr-

Sehr gr-
glänz-

Sehr v-
tend-

Sehr s-

Sehr s-

Ziemli-

Noch

I
Glase
austü-
deuts-
beson-
gelbe
abän-
senre-
von
ner
Farb-
was

sobald diese aus einem so dicken Draht besteht, daß sie nicht glüht. Wohl verstanden ist aber dazu erforderlich, daß die Gase vollkommen rein und die Röhren mit den Elektroden äußerst sauber seyen.

Folgendes ist die Farbe der Aureole bei einigen Gasen in Röhren von Krystallglas.

Fluorescenz der Röhrenwand		Farbe
	der Aureole	des Lichts in der Röhre
Sehr gross	<i>Wasserstoff</i> Rosiges Weiß	Sehr lebhaft purpurroth in engen Röhren
Sehr gross und sehr glänzend	<i>Stickstoff</i> Ganz und rein weiß	Kupferroth, glänzend in kleinen Röhren, sanft in grossen
Sehr wenig bedeutend	<i>Sauerstoff</i> Weiß, grau rosig	Sehr sanftes Rosenroth
Sehr sanft	<i>Kohlensäure</i> Flachsblau, zart und sehr rein	VWeißliches Grün
Sehr sanft	<i>Kohlenoxyd</i> Entschieden weiß	VWeißliches Grün
Ziemlich sanft	<i>Schweflige Säure</i> Weiß	Himmelblau, sehr schön
Noch geringer	<i>Atmosphärische Luft</i> Veilchenblau	Hell rosig, glänzend

Ich muß besonders hervorheben, daß die Natur des Glases einen Einfluß auf die Farbe in verschiedenen Gasen ausübt. So entsteht in den böhmischen, sächsischen und deutschen Gläsern, welche fast alle Kali zur Basis haben, besonders aber in denen, die insgemein Uran enthalten, eine gelbe Fluorescenz, welche die Farbe in den Gasen gründlich abändert. Der Wasserstoff, welcher an sich eine schöne rosenrothe Farbe hat, ist in den deutschen Gläsern umgeben von einer gelblichen Hülle, und in den französischen von einer blauen Hülle, welche im ersten Fall eine orangenrothe Farbe giebt, und im zweiten eine ganz andere purpurrothe; und, was das Wichtigste ist, diese reelle Variation übertragen diese

Farben auf die Spectra der Gase; allein dies ist hier nicht meine Sache.

Die Aureole am negativen Pol, welche so wenig veränderlich ist, hat mir gestattet, die mehr oder weniger grosse Stabilität einiger Gase leicht zu erkennen. So z. B. kann man die Zersetzung, welche das Kohlenoxyd bei hinreichend langem Durchgang des Stroms erfährt, sehr deutlich wahrnehmen. Dies Gas und die Kohlensäure haben in der Röhre dieselbe allgemeine weissgrüne Farbe, allein bei der Kohlensäure ist die Aureole sehr rein flachsblau, während diese beim Kohlenoxyd weiss ist. Der Strom, der durch die Kohlensäure geht, ändert die Aureole in nichts; im Kohlenoxyd dagegen, besonders wenn das Vacuum vollkommner wird und der Strom lange anhält, verschwindet die weisse Farbe der Aureole, um nach und nach das zarte Blau der Kohlensäure zurückzulassen. Zuletzt sind beide Röhren identisch, und die Spectralstriche zeigen, dass beide Röhren nur Kohlensäure enthalten.

In andern Fällen erkennt man die Zersetzung zugleich an der Aureole und an der Farbe der Röhre. So z. B. ist im Wasserstoff die Aureole rosig weiss und das innere Licht purpurroth; im Acetylen dagegen ist Alles blendend weiss. Fahrt man nun fort, den Strom hindurch zu leiten, so ändert sich nichts beim Wasserstoff; beim Acetylen dagegen lagert sich an der positiven Elektrode Kohle ab, die Aureole wird rosenfarben und allmählich erscheint das innere Licht purpurfarben. Das Acetylen ist zersetzt.

Von allen Gasen giebt nur eins, wenn es rein ist, keine Schichtung, nämlich der Sauerstoff. Quecksilberdampf verhält sich ebenso. Ich hebe dies hervor, weil die Schichtungen den Scharfsinn der ausgezeichnetesten Physiker in Anspruch genommen haben und noch nicht Alles über dieses wichtige Phänomen gesagt worden ist.

Eine aufmerksame Untersuchung der Zahlen in der Tafel S. 626 zeigt, dass bei den dort angeführten Gasen noch andere Unterschiede vorkommen. So beginnt bei

jedem
Druck

bei V

bei E

bei I

bei S

Da

den u

b

U
fäßigk

C

C

C

M

den

Stick

seher

noth

welc

I

stoff

falt

Jede

ren

lichk

Leit

daher

Wie

von

1)

jedem derselben die Leitfähigkeit unter einem anderen Druck, nämlich

bei Wasserstoff	74 Millm. Druck, ¹⁾
bei Kohlensäure	39 " "
bei Luft	29 " "
bei Stickstoff und Sauerstoff nahezu	23 " "

Das Maximum der Leitfähigkeit ist auch verschieden und tritt unter verschiedenen Drücken ein:

	Maximum	Eintritt
bei Wasserstoff	174	1 ^{mm} ,0
» Sauerstoff	174	0,7
» atmosphärischer Luft .	172	0,7
» Kohlensäure	168	0,8
» Stickstoff	162	1,0

Unter den schwächsten Drucken (0^{mm},1) ist die Leitfähigkeit

der atmosphärischen Luft noch	150
des Wasserstoffs	120
der Kohlensäure	110
des Stickstoffs	110
des Sauerstoffs	86

Man wird erstaunt seyn, hier die atmosphärische Luft den ersten Platz und ihre Bestandtheile, Sauerstoff und Stickstoff, die letzten Plätze in der Liste einnehmen zu sehen. Allein man darf nicht vergessen, dass der Strom nothwendig die Bildung von Unteralpetersäure veranlasst, welche die Leitfähigkeit abändert kann.

Ich habe die Leitfähigkeit des Stickstoffs, des Sauerstoffs und der atmosphärischen Luft mit besonderer Sorgfalt studirt und zwar aus leicht begreiflichen Gründen. Jeder kennt nämlich die elektrischen Lichtphänomene, deren Sitz die Atmosphäre ist, und es hat viele Wahrscheinlichkeit, dass diese Phänomene in der Schicht der grössten Leitfähigkeit ihren vollen Glanz besitzen. Ich habe daher diesen Punkt mit Genauigkeit zu bestimmen gesucht. Wie man gesehen, liegt er ungefähr bei einer Spannkraft von 1 Millm. Quecksilber. Es wäre recht wünschenswerth

1) Diese hohe Zahl erhielt ich nur einmal, die gewöhnliche war 60 Millm.

zu wissen, welche Spannkraft die Luft habe an den letzten Gränzen der Atmosphäre. Dort verhält sich das atmosphärische Gas, überall von gleicher Dichtigkeit, wie eine Flüssigkeit. Die Spannkraft des Gases ist gleich der Anziehungskraft der Erde und dieser Antagonismus der beiden Kräfte ist der Charakter dieser letzten Schicht, deren Dicke übrigens leicht bestimmbar ist. In der That suchen wir, wie hoch an der Erdoberfläche, eine Schicht Luft (oder Flüssigkeit, wenn man will) seyn würde, welche überall und in jeder Höhe die Dichte der Luft bei 0° und $0^{\circ},76$ Druck hätte, welche Luft ich als incompressibel und dem Druck einer Quecksilbersäule von $0^{\circ},76$ das Gleichgewicht haltend ansehe. Diese Dicke findet man durch die Gleichung:

$$\frac{0,76}{x} = \frac{d}{D}$$

wo d die Dichte der Luft und D die des Quecksilbers, bezogen auf Wasser, vorstellt, also

$$d = 0,0013 \text{ und } D = 13,59,$$

was für x giebt

$$x = \frac{0,76 \times 13,59}{0,0013} = 7921 \text{ Meter, etwa 8000 Meter.}$$

Erhebt man sich nun in der Atmosphäre zu einer Höhe, wo der Druck nur $\frac{0,76}{n}$ ist, so wird die Dichte der Luft daselbst $\frac{d}{n}$ seyn, und wenn man fragt, was dort, wie an der Oberfläche der Erde, die Höhe einer überall incompressiblen Luftsicht von überall der Dichte $= \frac{d}{n}$ seyn würde, die dem Quecksilberdruck $\frac{0,76}{n}$ das Gleichgewicht hielte, so gelangt man zu demselben Werth:

$$x = D \frac{\frac{0,76}{n}}{\frac{d}{n}} = D \frac{0,76}{n} = 8000 \text{ Meter etwa.}$$

Nun kann die Schicht der größten Leistungsfähigkeit, diejenige, wo der Druck ungefähr 1 Millim. Quecksilber

ist, sich nicht viel von der letzten Schicht entfernen, deren Dicke ungefähr 8000 Meter beträgt, und ihre eigene Dicke, obwohl etwas geringer, kann sich nicht viel von 8 Kilometer entfernen. Dies ist die Region der Nordlichter.

Ich schließe mit der Bemerkung, dass die Zahlen der Tafel S. 626 das Mittel aus einer grossen Reihe von Versuchen sind. Bei niederen Drucken habe ich die Beobachtungen der galvanometrischen Ablenkungen vervielfältigt. Das Quecksilbermanometer genügt nicht mehr von 2 bis 3 Millm. ab, und ich würde keine meiner Messungen trauen, wenn ich auf dieses eine Manometer beschränkt gewesen wäre. Trotz aller Sorgfalt bei der Construction und aller Vorsicht bei der Messung geschieht es immer, dass der Meniscus in der Röhre, in welcher das Quecksilber sinkt, eine andere Krümmung hat als in der, in welcher dasselbe steigt; leichte Stöfse ändern nur wenig daran und unglücklicherweise in sehr verschiedener Art, selbst in den sorgfältigst fertigten Manometern. Aus diesen Gründen kann das Quecksilbermanometer nicht zu genauen Messungen dienen, sobald der Niveau-Unterschied gering ist und das von der Spannkraft des Gases getragene Gewicht dieses Unterschiedes vergleichbar ist den in's Spiel gesetzten Widerstandskräften. Wohl construirt und wohl in Acht genommen, hat das Schwefelsäure-Manometer diese Mängel nicht.

Fig. 12, Taf. I, zeigt die Curven der Leistungsfähigkeit, bei denen die Spannkräfte zu Abscissen, und die elektrischen Kräfte, welche die galvanometrischen Ablenkungen bewirken, zu Ordinaten genommen sind. Die vertikalen Linien repräsentiren die Ablenkungskräfte und die horizontalen Linien die Drucke der Gase. Bei diesen hat man das erste Millimeter verzehnfachen müssen, um Verwirrung bei den Curven zu vermeiden, die alle in diesem Millimeter auf 0 kommen. Ueberdies wollte ich einige Vergleichungspunkte haben zwischen der elektrischen Leistungsfähigkeit der Gase und der Metalle. Bei den erstenen, wie bei den letzteren, hat der innere Durchmesser des Rohrs oder

des Metalls, durch welches der Strom geht, einen sehr grossen Einfluss auf die Leitungsfähigkeit. Ich begnügen mich hier, bloß die Umstände anzugeben, unter denen ich arbeite.

Die Röhren, in welchen die Gase dem Durchgang des Stromes ausgesetzt wurden, hatten folgende Dimensionen: Innerer Durchmesser = 29 Mill., Abstand der Elektroden = 24 Centm. Unter diesen Umständen und mit der Normalkraft des angewandten elektrischen Stroms waren bei jedem Gase die Ablenkungen die in der Tafel angegebenen.

Ich brachte die Inductionsrolle des grossen Rühmkorff'schen Apparats als Widerstandsrolle in einen solchen Strom und sah denselben dadurch auf 6° galvanometrische Ablenkungen reducirt. Dieser Inductionsdräht soll eine Länge von etwa 100 Kilometer und einen Durchmesser von 0,1 Millm. haben; da ich diese Angaben nicht prüfen konnte, so begnügen ich mich bloß mit Anführung des erlangten Resultats.

Folgendes sind die Resultate, deren ich sicher bin. Ich construirte einen Inductionsapparat aus vier leicht von einander trennbaren Rollen. In jeder von ihnen betrug die Länge des (Kupfer-) Drahts genau 1280 Meter und der Durchmesser desselben 0,3 Millimeter. Ein einziger Versuch gab folgende Resultate:

Mit einer Rolle der Strom reducirt auf 46°					
» zwei Rollen	»	»	»	»	43
» drei Rollen	»	»	»	»	39
» vier Rollen	»	»	»	»	37

Diese Zahlen, mittelst deren man leicht das Verhältniss der Leitungsfähigkeiten berechnen kann, wurden durch einen einzigen Versuch erhalten; ich beabsichtige, diesen Gegenstand näher zu untersuchen, besonders unter Veränderung des Durchmessers der Röhren und des Abstandes der Elektroden.

Endlich ist noch ein sehr wichtiger Umstand der, daß alle Versuche über die elektrische Leitungsfähigkeit verdünnter Gase in Glasröhren immer bei sehr trocknem

Wetter und wo möglich immer bei einem und demselben hygrometrischen Zustand der Atmosphäre angestellt werden müssen. Wenn die Luft feucht ist, ist es die Außenfläche der Glasmöhre fast immer ebenfalls. Man bedarf dann einer viel grösseren elektrischen Spannung, um das verdünnte Gas zu durchdringen, weil ein Theil der Elektricität an der Röhre entlang geht und selbst durch die atmosphärische Luft. So z. B. habe ich beim Wasserstoff Anomalien gesehen, die ohne diese Betrachtungen unerklärlich wären. Bei einem außerordentlich trocknen Wetter (der Mistral-Wind ist in dieser Beziehung für uns (in Montpellier) sehr merkwürdig) habe ich in Wasserstoff den Durchgang des elektrischen Stroms beginnen sehen, als die Spannkraft des Gases noch 74 Millm. war, und dagegen bei einem außerordentlich feuchten Wetter noch nicht bei einer Spannung von 40 Millm.

Bei den zusammengesetzten Gasen, welche der Strom zersetzt, ist die Leitungsfähigkeit insgemein sehr schwach und beginnt spät; das Kohlenoxyd beginnt erst bei einem Druck von 11 Millm. den Strom durchzulassen und das Maximum der Ablenkung beträgt 41° .

Das Proto-Kohlenwasserstoff beginnt seine Leitung bei 16 Millm. Druck und das Ablenkungsmaximum erreicht 60° ; allein es zeigt sich schon Zersetzung des Gases.

Die schweflige Säure beginnt noch später, erst bei 5 Millm., und ihr Maximum, welches bei 2 Millm. Druck statt hat, steigt auf 54° , um darauf rasch zu fallen. Das Cyangas endlich, mit welchem ich schliessen werde, zeigt merkwürdige Eigenthümlichkeiten, welche ich näher auseinander setzen will.

Durch zahlreiche Vorversuche wusste ich schon, dass dieses Gas einer der schlechtesten Elektricitätsleiter ist. Ich wollte es nun unter niederen Drucken untersuchen und dazu mit äusserster Sorgfalt trocknen. Dies ist aber nicht sehr leicht, da Schwefelsäure nicht angewandt werden kann; dieselbe ist vielmehr ein vortreffliches Lösemittel des Cyans, welches sogar daraus abgeschieden werden kann,

ohne, wie vom Wasser, zersetzt zu werden. Der Versuch hat mir eine der schönsten Lichtreactionen geliefert, die man sehen kann. Erst bei 5 Millm. Druck fängt der Durchgang des Stromes an. Bei 4 Millm. ist die galvanometrische Ablenkung schon 7° . Der Strom nimmt bei seinem Durchgang nur den centralen Theil ein und bildet einen Lichtstreif von sehr glänzendem Kupferroth. Bei 3 Millm. ist die Ablenkung 21° , allein in diesem Moment tritt eine mächtige Reaction ein; die Farbe verändert sich rasch, und rasch steigt auch die Ablenkung auf 38° , auf 45° und 49° ; dann bleibt die Nadel stehen; die successiv entstehenden Farbtöne sind: Erst glänzendes Kupferroth, dann schönes Rosa, klares Rosa, Lilla, weißliches Rosa, Weiß, grünliches Weiß, herrliches Smaragdgrün. Von dem Moment an, wo die Farbe sich ändert, erscheinen Schichtungen von ungeheimer Zartheit, die an der negativen Elektrode entstehen und sich mit einer prächtigen Undulationsbewegung nach dem anderen Ende hin fortpflanzen. Der Abstand zwischen den Luftsichten wächst fortwährend, was auf eine lebhafte Volumensverringerung hinweist, die überdiess vom Manometer angezeigt wird. Dann, wenn Alles ruhig wird, erscheint an der negativen Elektrode eine schöne, blaue Aureole, und darauf eine breite, dunkle Zone mit breiten weißen Schichten. Es herrscht einige Analogie zwischen diesen Lichtreactionen und denen der Kohlensäure; allein das letztere Licht ist sehr fluorescirend, das erstere aber gar nicht. Nahe bei der positiven Elektrode bildet sich in der Röhre ein röthlich brauner Absatz, den ich anfangs für Kohle hielt; allein er löst sich in Königswasser, und wenn man dann etwas destillirtes Wasser hinzusetzt, entsteht ein reichlicher gelber und gelatinöser Niederschlag, welcher noch zu studiren ist.

VIII.
üb

1.
Jahre
zum I
unters
in we
und a
schen
selbe
»eine
Es m
leucht
ser s
die d
lage
ten M
einen
empfi
Stan
strum
aber
sehen
tigt, e
nannt

D
sächli
Wink
optis
2.
irrigi
pfer

**VIII. Bemerkungen zum Aufsatz des Hrn. C. Bohn
über das Stampfer'sche Nivellir-Instrument;
von Stephan v. Kruspér.**

Prof. am K. Josephs Polytechnicum in Ofen.

1. In dem October-Hefte No. 10 dieser Annalen vom Jahre 1866 ist mit der Ueberschrift: *Ueber ein Instrument zum Messen der horizontalen Entfernung und des Höhenunterschiedes* von Herrn C. Bohn ein Aufsatz erschien, in welchem die in Stampfers »Anleitung zum Nivelliren« und anderen Werken entwickelte Theorie des Stampfer'schen Nivellirinstrumentes einer scharfen Kritik unterzogen, selbe einer »Ungenauigkeit« geziehen, und das Instrument »einer wesentlichen Verbesserung fähig« genannt wird. Es möge mir gestattet werden, diesen Aufsatz näher zu beleuchten, da die Voraussetzungen, auf welche der Verfasser seine Betrachtungen gründet, theils unrichtig, folglich die daraus gezogenen Folgerungen der thatsächlichen Grundlage entbehren, theils allerdings begründet, aber die geringsten Mängel so geringfügig sind, dass sie auf die Praxis nie einen erheblichen Einfluss ausüben können. Der Verfasser empfiehlt dann ein von ihm nach den Grundsätzen des Stampfer'schen gebautes Nivellir- und Distanzmess-Instrument, welches die gerügten Mängel nicht besitze; er hat aber in der Construction einen wesentlichen Fehler übersehen, der die Vortheile des Instrumentes so sehr beeinträchtigt, dass es eine Verschlechterung des Stampfer'schen genannt werden muss.

Die Bemängelungen des Verfassers drehen sich hauptsächlich um zwei Punkte; nämlich: um die *Theorie der Winkelmessungs-Formel*, und die *Excentrische Stellung der optischen Axe des Fernrohres*.

2. In Betreff des ersten Punctes ist der Verfasser der irrgen Meinung, dass die Mikrometerschraube des Stampfer'schen Instrumentes gegen die Albidade eine unverän-

derliche Lage besitze. Deshalb sagt er (Seite 240) daß die Winkel φ, φ' durch die Formeln

$$\operatorname{tg} \varphi = cn, \operatorname{tg} \varphi' = cn'$$

»genau« ausgedrückt werden, in welchen c eine Constante bedeutet. Dies ist nicht der Fall. Die Stampfer'sche Schraubenspindel ist an ihrem oberen Ende mit einem Kugelgelenk versehen, und ist nach allen Richtungen frei beweglich, aber nicht drehbar. Die drehbare Schraubenmutter stützt sich ebenfalls an eine Kugelfläche. Das feste Anliegen dieser Kugel an ihre Höhlungen wird durch eine Feder gesichert, welche jeden todten Gang der Schraube ausschließt. Die Lage der Schraubenspindel gegen die Albidade ist demnach nicht constant, sondern ändert sich mit der Drehung der Schraubenmutter; folglich kann die auf Seite 245 für die Spindel aufgestellte Gleichung

$$x \sin \alpha + y \cos \alpha = e,$$

in welcher α und e constante Größen bedeuten, auf das Stampfer'sche Instrument keine Anwendung finden.

An dem Stampfer'schen Instrument Fig. 7 Taf. V sind die Mittelpunkte der erwähnten Kugelgelenke A und B unveränderlich, folglich in dem $\triangle ABC$ die Seiten AC und BC constant, hingegen die Seite AB , und der Winkel ACB veränderlich, oder ACB ist eine Function von AB . Ist das Instrument einmal aufgestellt, so hat BC eine bestimmte, unveränderliche Lage; während AC sich um den Punkt C dreht, wenn die Schraubenmutter in Drehung versetzt wird. Der Drehungswinkel dieser Linie ist aber mit dem Erhebungswinkel der optischen Axe des Fernrohrs identisch, weil das Fernrohr mit der Linie AC vermöge der Lagerung auf den Trägern des Fernrohrs fest verbunden ist. Dennoch wird der Elevationswinkel der optischen Axe durch den Drehungswinkel der Linie AC gemessen. Denken wir nun den Index der Mikrometerschraube an dem untersten Ende der Spindel auf 0 gestellt, und nennen wir $AC = a, BC = b, AB = c, \angle ACB = \gamma$, so besteht die bekannte Relation:

$$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

Dreht man dann die Schraubenmutter, bei unveränderter Lage der Alhidade, um einige (n) Gänge, welchen eine Länge der Spindel = k entsprechen soll; so ändert sich auch γ um einen gewissen Werth, welchen wir mit ω bezeichnen wollen, und es wird ebenfalls:

$$\cos(\gamma - \omega) = \frac{a^2 + b^2 - (c - k)^2}{2ab},$$

oder durch Verbindung beider Gleichungen:

$$\cos(\gamma - \omega) = \cos\gamma + \frac{ck}{ab} - \frac{k^2}{2ab}.$$

Aus dieser Gleichung soll ω als Function von k entwickelt werden, was in algebraischer Form nur durch eine unendliche Reihe möglich ist, die um so mehr convergiren wird, je kleiner k ist. Demnach erhält man im Allgemeinen:

$$\omega = Mk + Nk^2 + Pk^3 + \dots$$

wo M, N, P constante, von a, b, c abhängige Größen bedeuten. Wären nun die Schraubengänge vollkommen gleichförmig, und der Winkelwerth eines Schraubenganges = p , so würde $k = np$ seyn. Die Schraubengänge aber können vermöge der bei der Bearbeitung entstehenden Erwärmung eine stetige Änderung zeigen. Das Gesetz dieser Änderung ist zwar nicht bekannt, kann jedoch wieder durch eine der vorigen ähnliche Reihe, etwa

$$k = M'n + N'n^2 + P'n^3 + \dots$$

dargestellt werden, wo n den Stand der Schraube bedeutet. Durch Substitution in die obige Reihe gelangt man in beiden Fällen wieder zu einer Reihe von derselben Form, etwa

$$\omega = An + Bn^2 + Cn^3 + \dots$$

Denken wir nun die optische Axe des Fernrohres der Reihe nach auf die untere und obere Zielscheibe gerichtet, dann die Libelle zum Einspielen gebracht, und die entsprechenden Schraubenstände o, u, h abgelesen, so werden die Winkel, welche die Visirlinien mit der, dem Nullpunkte der Schraube entsprechenden Lage der optischen Axe einschliessen, nach dem obigen

$$\omega_1 = Au + Bu^2 + Cu^3 + \dots$$

$$\omega_2 = Ao + Bo^2 + Co^3 + \dots$$

$$\omega_3 = Ah + Bh^2 + Ch^3 + \dots$$

folglich die Werthe der zwischen den obigen Visuren eingeschlossenen Winkel, welche Stampfer mit α und β bezeichnet, oder:

$$\omega_2 - \omega_1 = \alpha = A(o - u) + B(o^2 - u^2) + C(o^3 - u^3) + \dots$$

$$\omega_3 - \omega_1 = \beta = A(h - u) + B(h^2 - u^2) + C(h^3 - u^3) + \dots$$

Somit ist das zweite Glied der Winkelformel begründet, und keineswegs »willkürlich gewählt«. Das dritte, und die folgenden Glieder der Entwicklung lässt Stampfer weg, weil sie innerhalb der Gränzen, welche der Winkelmessung durch die Länge der Schraube gesteckt sind, nie erheblich ist.

3) Die zweite Bemängelung des Verfassers bezieht sich auf die excentrische Lage der Visirlinie. In theoretischer Beziehung hat er vollkommen recht, aber der entstehende Fehler ist so klein, dass er in der Praxis nie zur Geltung kommen kann. Eine einfache Betrachtung wird dies erweisen: Es sollen die Geraden 1, 2, 3 (Figur 8, Tafel V) die nach den Zielscheiben U , O , und die horizontale gerichteten Visuren vorstellen, welche unter sich die Winkel α und β einschliessen. Alle diese Linien stehen von C , um welchen der obere Theil des Instrumentes sich dreht, gleich weit ab, und die aus C gezogenen Perpendikel, welche diese Entfernung darstellen, bilden unter sich ebenfalls die Winkel α und β . Die strengen Formeln Stampfers sind in seiner »Anleitung« unter der Voraussetzung entstanden, dass der Drehungspunkt C ein Punkt der optischen Axe sey; suchen wir nun die analogen Ausdrücke für den vorliegenden Fall. Aus dem ΔEOU , in welchem $OU = d$ die Entfernung der Zielscheiben von einander bedeutet, hat man

$$\overline{EU} = \frac{d \cos(\beta - \alpha)}{\sin \alpha},$$

ferner

$$\overline{FU} = \overline{EU} - \overline{EG} + \overline{JG} = \frac{d \cos(\beta - \alpha)}{\sin \alpha} r \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + r \operatorname{tg} \frac{\beta}{2},$$

demnach

$$\overline{UH} = \overline{JU} \cdot \sin \beta, \text{ und } \overline{KH} = \overline{JU} \cdot \cos \beta + \overline{KJ}$$

oder nach einer einfachen Substitution und Reduction

$$\overline{UH} = \frac{d \cos(\beta - \alpha) \sin \beta}{\sin \alpha} + r \sin \beta \left(\operatorname{tg} \frac{\beta}{2} - \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right).$$

$$\overline{KH} = \frac{d \cos(\beta - \alpha) \sin \beta}{\sin \alpha} + r \left(\sin \beta - \cos \beta \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right).$$

Die ersten Glieder dieser Formeln sind die Stampfer'schen Ausdrücke; die übrigen stellen den Einfluß der Excentricität auf den Höhenunterschied und die Horizontal-distanz dar, oder die senkrechten Abstände des Punktes E von der horizontalen JH , und der vertikalen CK . Eine einfache Betrachtung zeigt, daß diese Abstände am größten ausfallen, wenn β den größtmöglichen positiven oder negativen Werth annimmt, und $\alpha = 0$ gesetzt wird. Dies kann zwar in der Praxis nie eintreten, aber als Grenzwerth mag es behalten werden. Der größte Werth von β ist $= 10^\circ$; r hat der Verfasser $= 2,5$ Zoll gefunden. Mit diesen Werten berechnet sich der größtmögliche Fehler in der Höhendifferenz $= 0,038$ Zoll, oder noch nicht ganz eine halbe Linie; in der horizontalen Entfernung aber $= 0,43$ Zoll, eine Größe, die auch bei den genauesten Arbeiten der niederen Geodäsie vernachlässigt werden kann.

4. Sehen wir nun nach, welche Mittel der Verfasser anwendet, um die gerügten Fehler zu vermeiden.

a) Er versetzt den Drehungspunkt in die optische Axe des Fernrohres. Dies Mittel ist zwar sehr einfach, aber nicht neu. Man kann es in Stampfer's "Anleitung", Fig. 9, wiederfinden; es ist übrigens mit dem Nachtheile verbunden, daß man das Fernrohr nicht umlegen kann, demnach die Rectification zwei Standpunkte erheischt; was zu vermeiden, und die Operation aus einem einzigen Standpunkte auf die möglichst einfachste Weise zu bewerkstelligen der Zweck der Umlegbarkeit und Umdrehbarkeit des Fernrohres ist.

b) Er gibt der Schraubenspindel eine unveränderliche Richtung, indem er die Mutter an der Alhidade festmacht. Das Ende der Spindel stößt oben an ein hakenförmig gebogenes Stück, welches oben dachförmig zuge-

schnitten ist, und auf die Kante desselben stützt sich der untere Theil des Fernrohres. Diese Einrichtung ist ganz verfehlt, wenn die Winkelformel des Verfassers (Seite 250)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{l}$$

ganz richtig seyn soll, was der Verfasser an mehreren Stellen des Aufsatzes ausdrücklich postulirt. Es ist nämlich

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{BD}{CD} = \frac{AB - AD}{AD}.$$

Aber *AB* (Figur 9, Tafel V) besteht aus drei Theilen, nämlich aus dem Stücke der Schraube zwischen dem Index *A*, und dem oberen Ende derselben; dann aus der Höhe des Zwischenstückes vom Ende der Schraube bis an die Dachkante; endlich aus der vertikalen Linie von der Dachkante bis an die optische Axe, deren Länge $= \frac{\varrho}{\cos \alpha}$, wenn ϱ den senkrechten Abstand der Dachkante von der optischen Axe bedeutet. *AD* besteht ebenfalls aus drei Theilen, nämlich aus einem entsprechenden Stücke der Schraube, aus der Höhe des Zwischenstückes, und aus ϱ , welche wegen der horizontalen Lage der optischen Axe jetzt vertikal steht. Durch Subtraction reducirt sich die Differenz der zwei Schraubenlängen auf a , nach der Bezeichnungsweise des Verfassers; die Höhe des Zwischenstückes fällt weg, und die dritten Glieder geben

$$\varrho \frac{\sin \operatorname{vers} \alpha}{\cos \alpha}.$$

Demnach ist

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{l} + \varrho \frac{\sin \operatorname{vers} \alpha}{l \cos \alpha}.$$

Nimmt man α nur zu 5° , $\varrho = \frac{1}{2}$ Zoll, und $l = 10$ Zoll an, so wird der Fehler nach der Formel des Verfassers = 39 Sekunden. Für 10° , den größtmöglichen Werth des mit dem Stampfer'schen Instrument messbaren Höhenwinkels, würde der Fehler schon $2' 37''$ betragen, da der Fehler nahe im quadratischen Verhältnisse zum Höhenwinkel wächst.

Sol
mufs
gabeld
des Fe
Höhe
men,
stflitzer
Form
manch
will ic
art de
bis au
keit d
hafte
griffe
den b
O

IX.

(I)

Für
ange
Sym
in d

mitt
wur

Soll die Formel des Verfassers ganz richtig seyn, dann muss das hakenförmige Stück über der Schraube oben gabelförmig gemacht werden, und bis zur optischen Axe des Fernrohres hinaufreichen, das Fernrohr aber in der Höhe der optischen Axe an beiden Seiten Obren bekommen, welche sich auf die schneidigen Enden der Gabel stützen. Ob das Instrument auch in dieser modifirten Form dem Zwecke entsprechen werde, dagegen liefsen sich manche gewichtige Gründe anführen; nur einem Bedenken will ich hier noch Ausdruck geben, dass nämlich die Bauart des Instrumentes kaum gestatten wird, den Höhenwinkel bis auf 10° Neigung zu messen, folglich die Anwendbarkeit des Instrumentes gegen das Stampfer'sche eine namhafte Beschränkung erfahren dürfte; was wohl mit dem Begriffe einer Verbesserung schwer in Einklang gebracht werden könnte.

Ofen, am 15. Februar 1867.

**IX. Optische Untersuchung der Krystalle des unterschwefelsauren Baryts;
von A. Brio aus Charkow.**

(Im Aussug aus d. Sitzungsbericht. d. Wvien. Akad. Bd. LX; vom Hrn. Verf. mitgetheilt.)

Für diese Krystalle, welche dem monoklinischen Systeme angehören, fällt die Ebene der optischen Axen mit der Symmetrie-Ebene zusammen. Die Lage der Elasticitätsaxen in derselben ist gegeben durch das vollständige Axenschema

$$(1\ 0\ 0) \begin{matrix} b \\ c \end{matrix} = 103^\circ 14' \\ +$$

Die Werthe der drei Hauptbrechungsquotienten, welche mittelst den Elasticitätsaxen paralleler Prismen bestimmt wurden, sind:

	α	β	γ
Rothes Glas	1,5848	1,5935	1,6055
Natrium-Flamme	1,5860	1,5951	1,6072
Grünes Glas	1,5881	1,5976	1,6090

Hieraus berechnet sich für den wirklichen positiven Axenwinkel

	AB
Rothes Glas	81° 22' 44"
Natrium-Flamme	82° 26' 0"
Grünes Glas	83° 34' 0"

Der letztere Winkel wurde auch durch Messung des scheinbaren positiven (AB) und negativen (AB') Axenwinkels beim Austritte in Wasser und Oel bestimmt. Die für Wasser gefundenen Werthe sind:

	(AB)	(AB')	AB berechnet
Rothes Glas	104° 58'	126° 58'	83° 6'
Natrium-Flamme	106 58	124 35	84 28
Grünes Glas	111 31	120 8	87 18

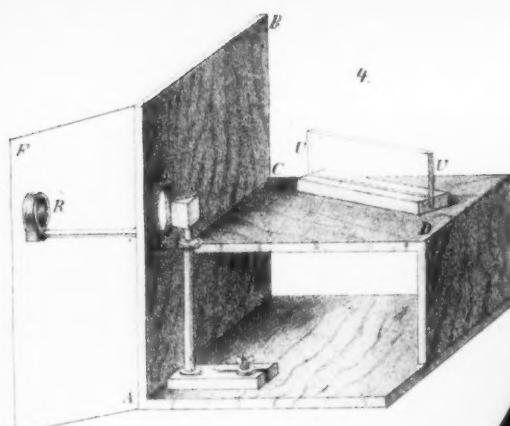
Diese Untersuchung wurde im physikalischen Cabinete der Wiener Universität ausgeführt.

• einsetzbar und zufriedenstellend zu beweisen ist. Es ist noch anzufügen, dass diese Werte nicht nur für die oben genannten Flüssigkeiten, sondern auch für andere Flüssigkeiten gültig sind.

$$11^{\circ} 31' = 87^{\circ} 18' \quad (87^{\circ} 18')$$

Gedruckt bei A. W. Schade in Berlin, Stallschreiberstr. 47.

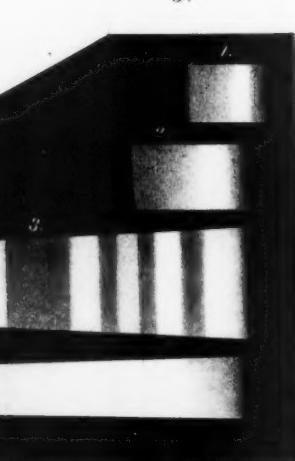
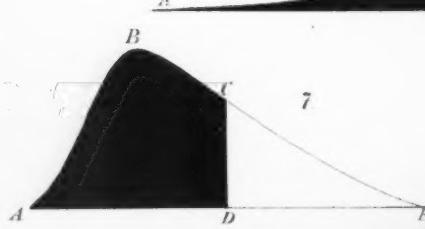




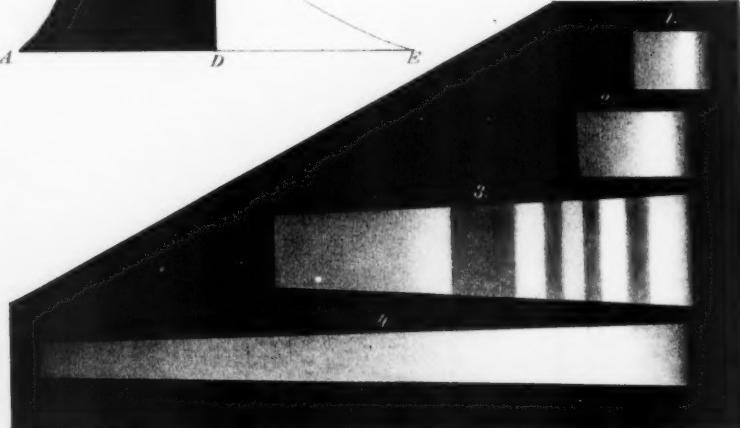
4.



10



5.



9.

An English copy.

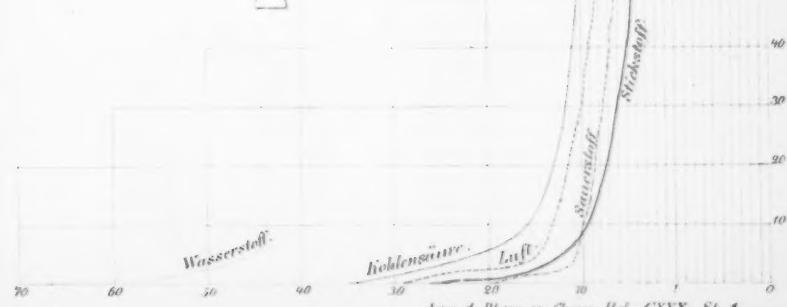
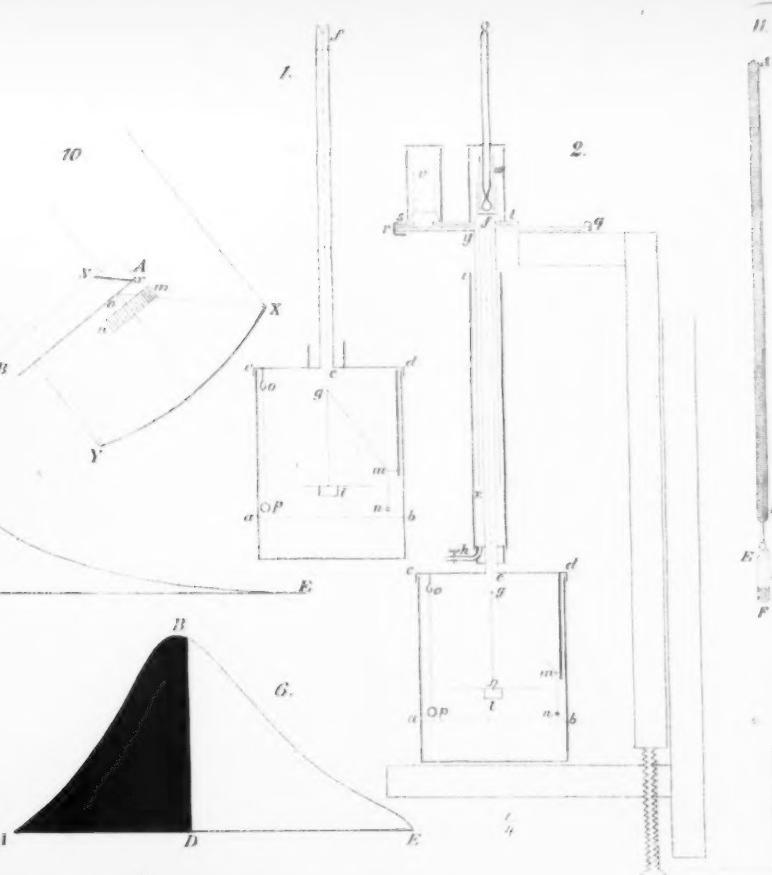


Fig. 2.

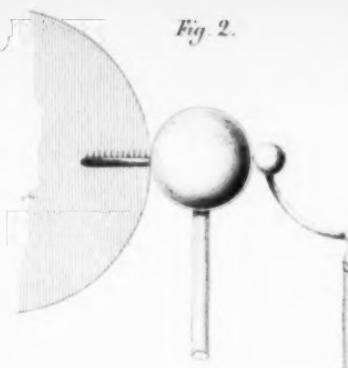


Fig. 1.

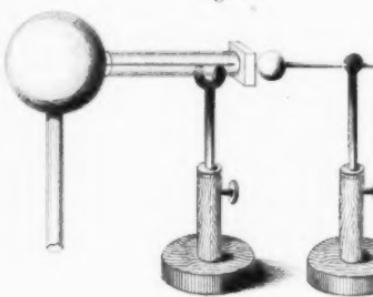
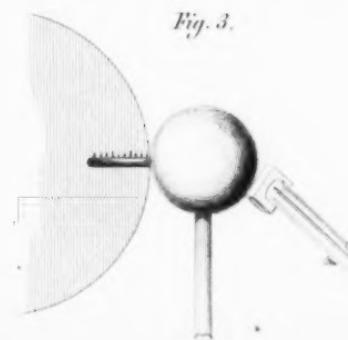


Fig. 3.



Gez. u. lith. von C. Lomé.

Fig. 2.

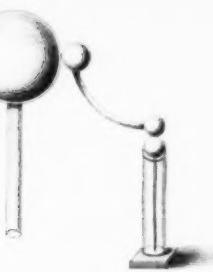


Fig. 4.

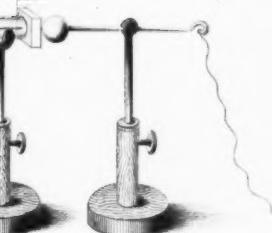


Fig. 3.

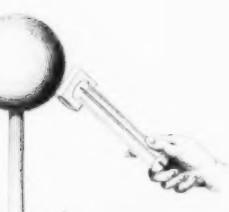


Fig. 4.

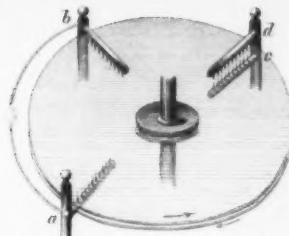


Fig. 5.

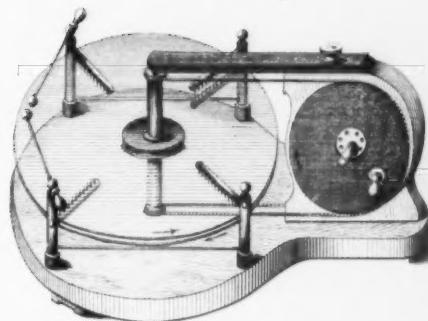
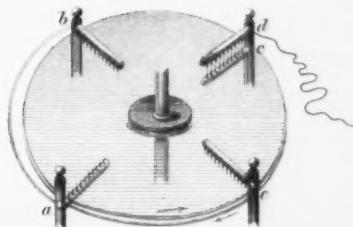
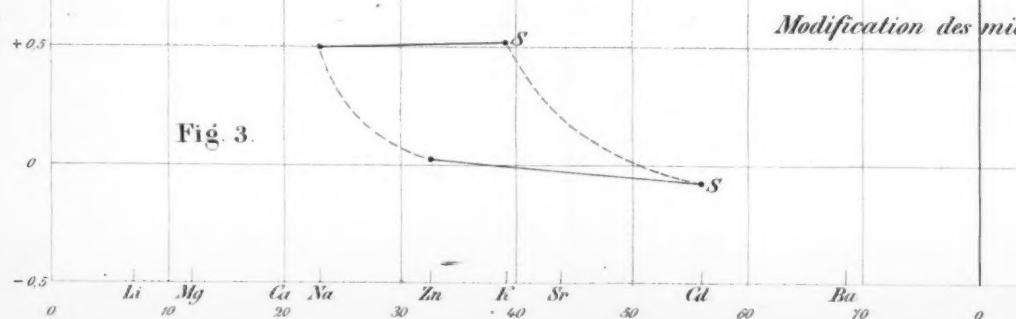
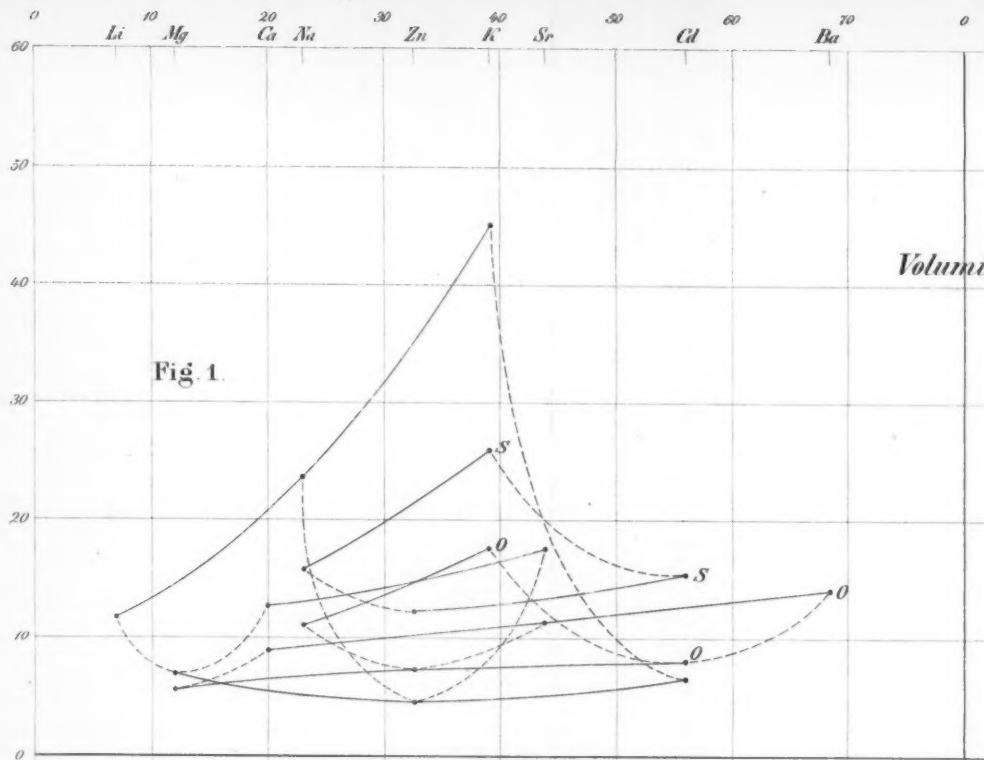
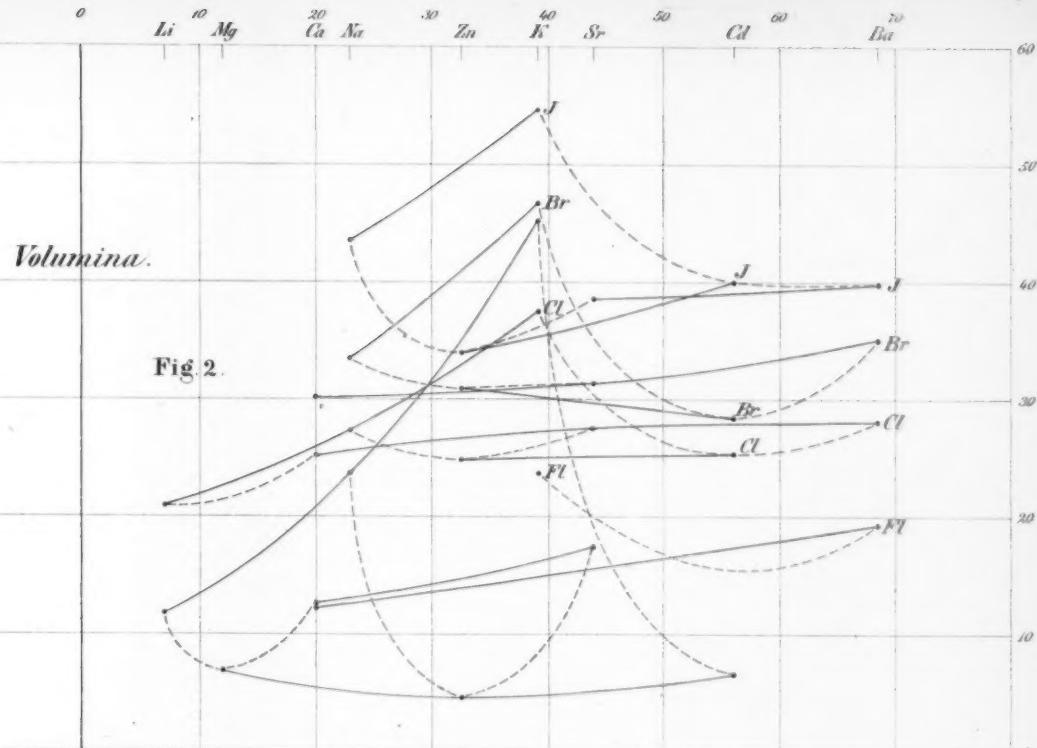


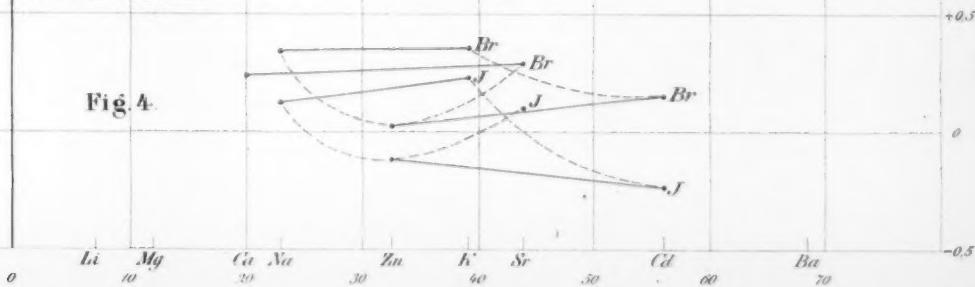
Fig. 6.

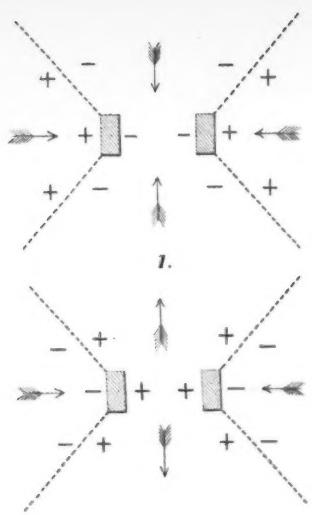




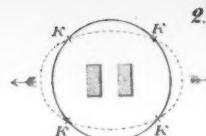


ation des mittlern Volums.

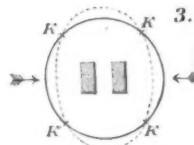




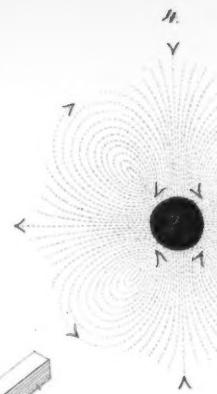
1.



2.



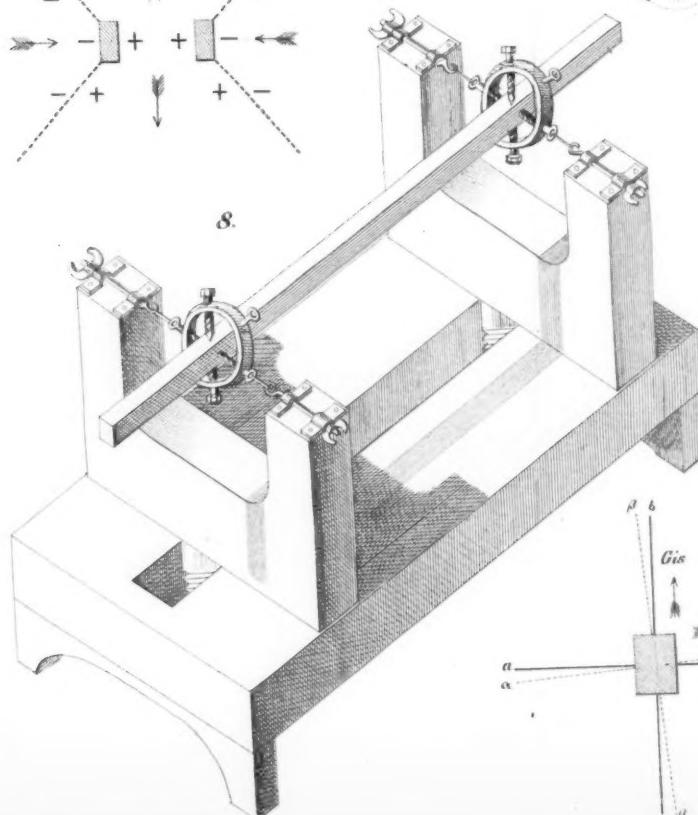
3.



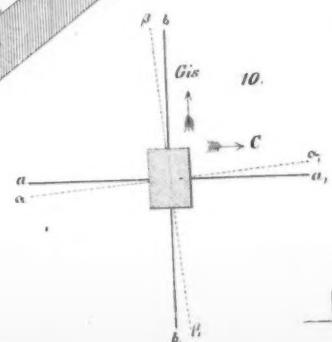
A.

B.

12.



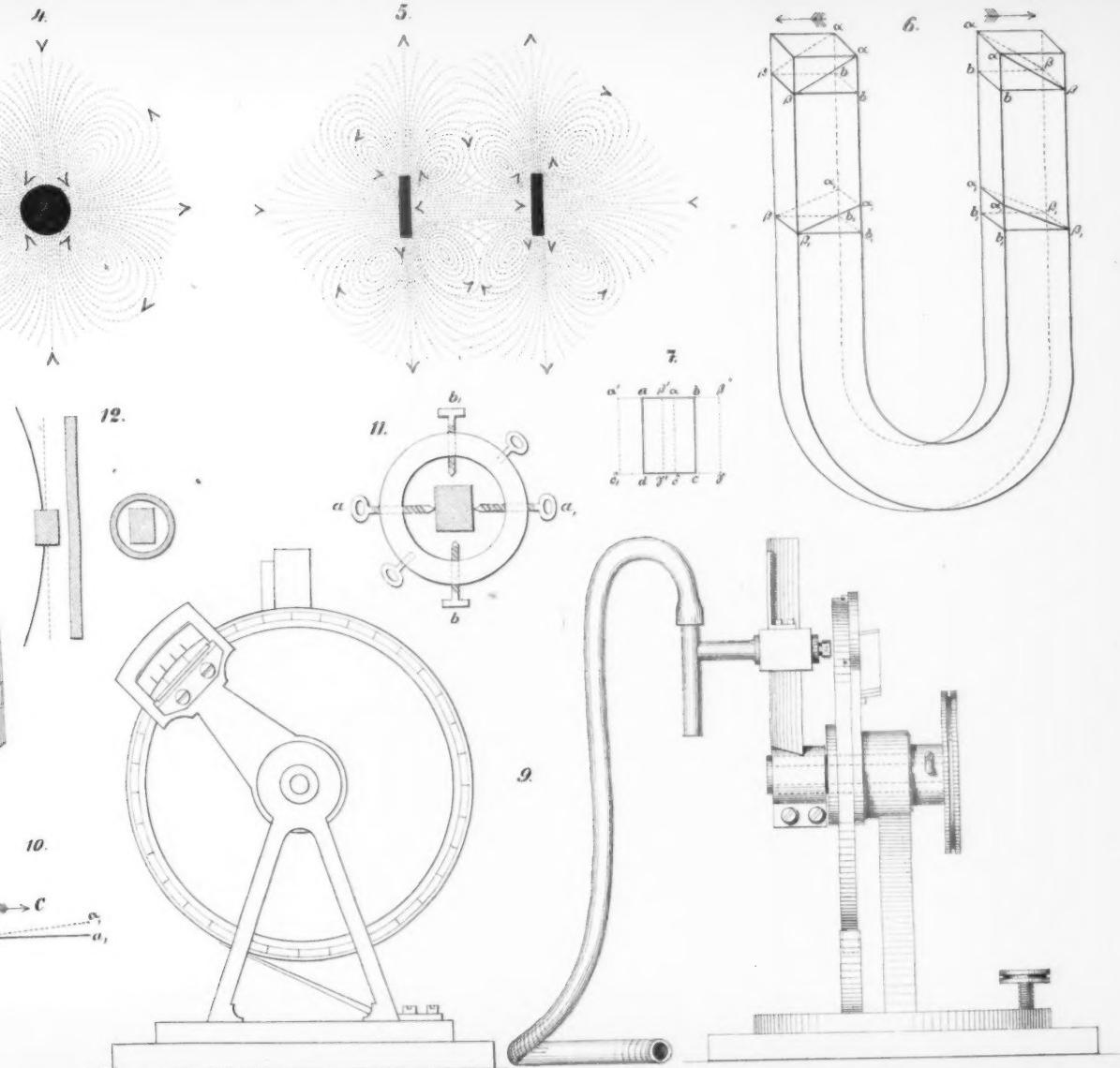
8.



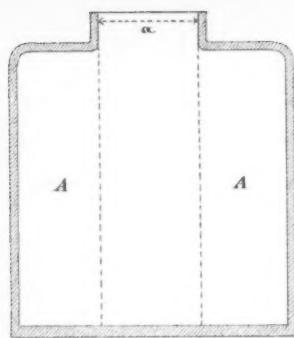
10.

oh Schröder in Bonn gear Berlin

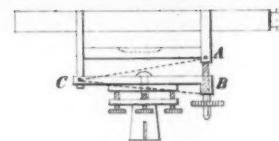
Taf IV.



1.



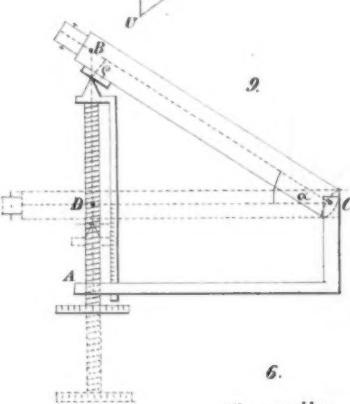
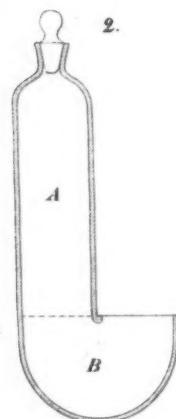
7



5.

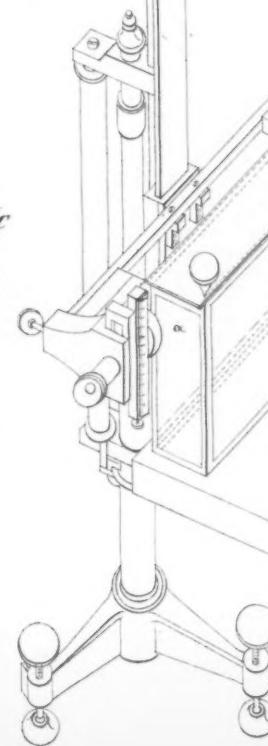
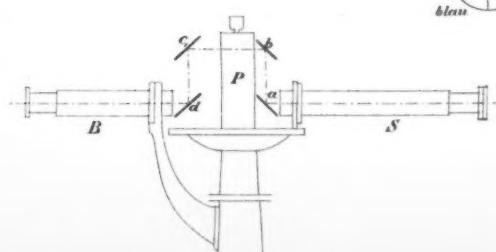
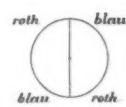


2.



2.

6.



A. Schütze in Stein gest. Berlin.

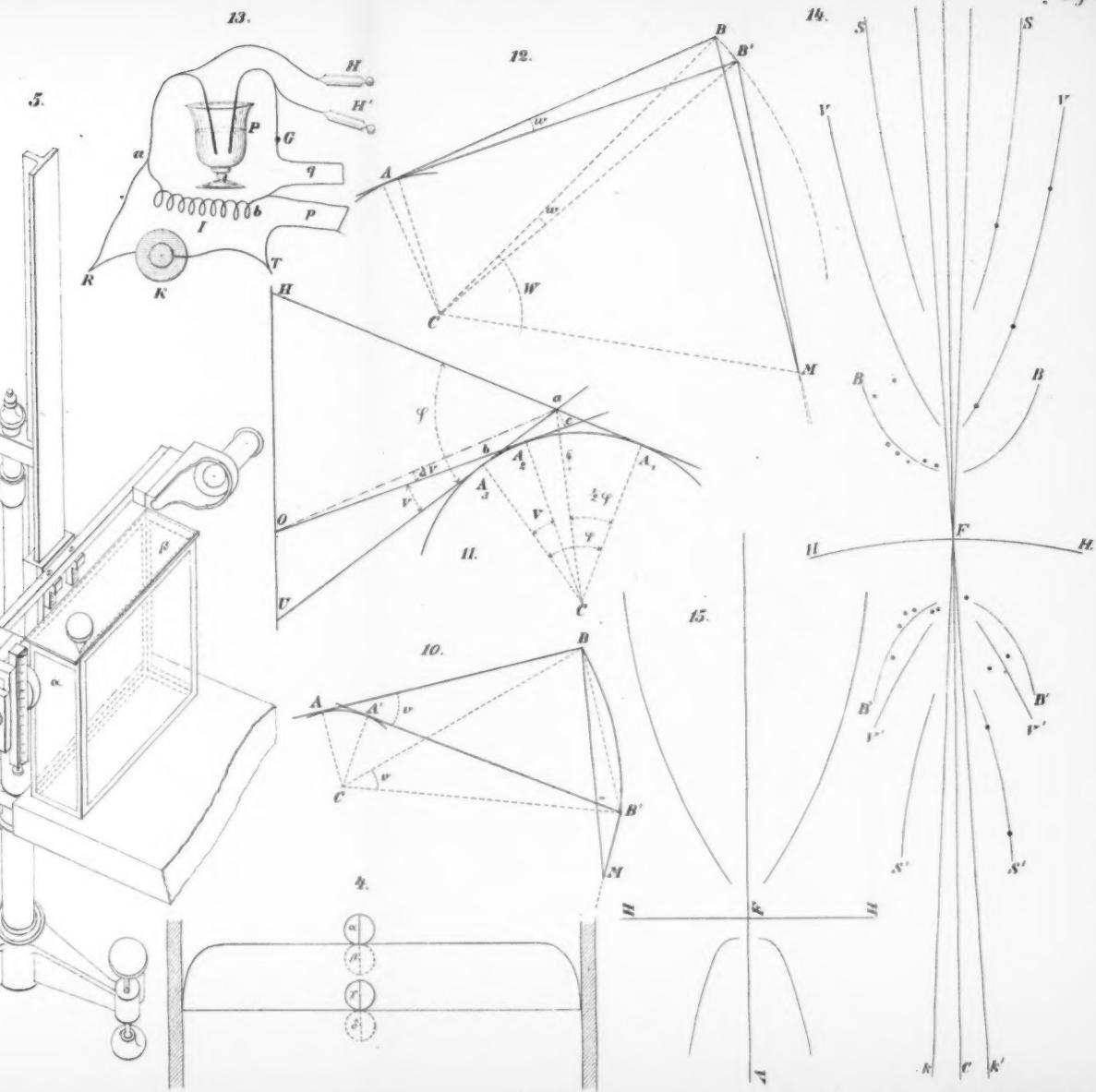


Fig. 1.

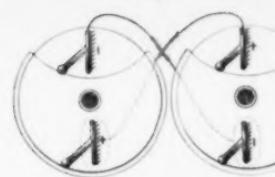


Fig. 2.

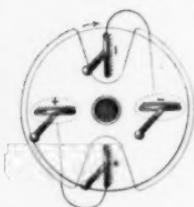


Fig. 4.

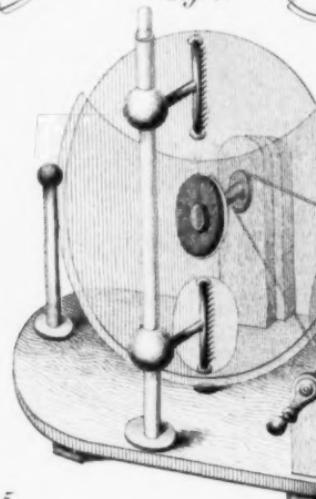
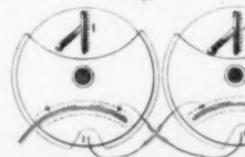


Fig. 5.



Fig. 7.



Tafel II.

Fig. 1.

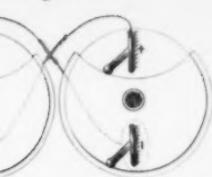


Fig. 3.



Fig. 4.

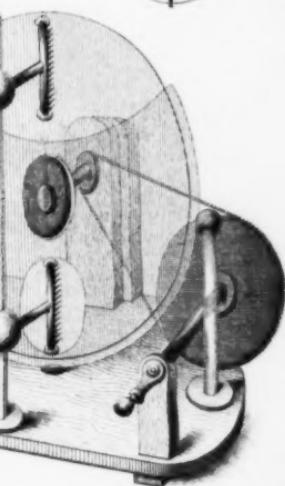


Fig. 6.

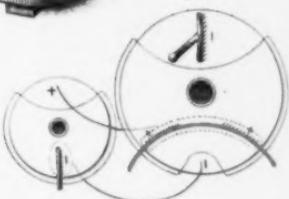
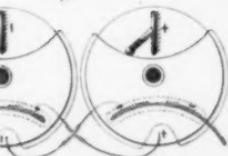
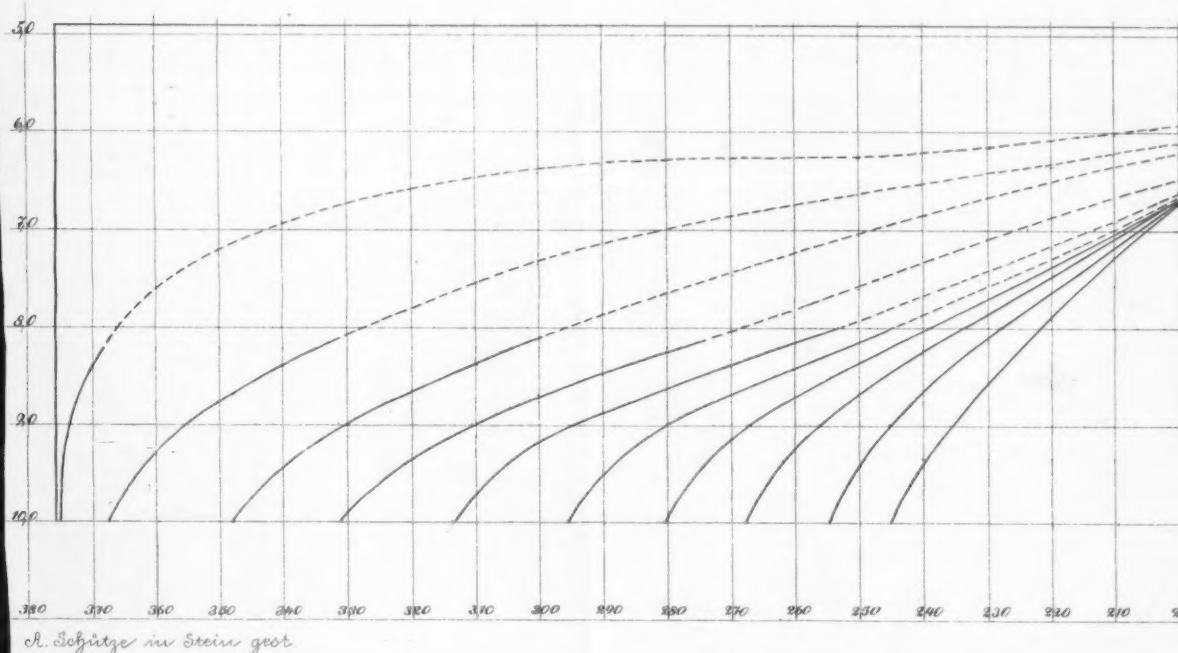
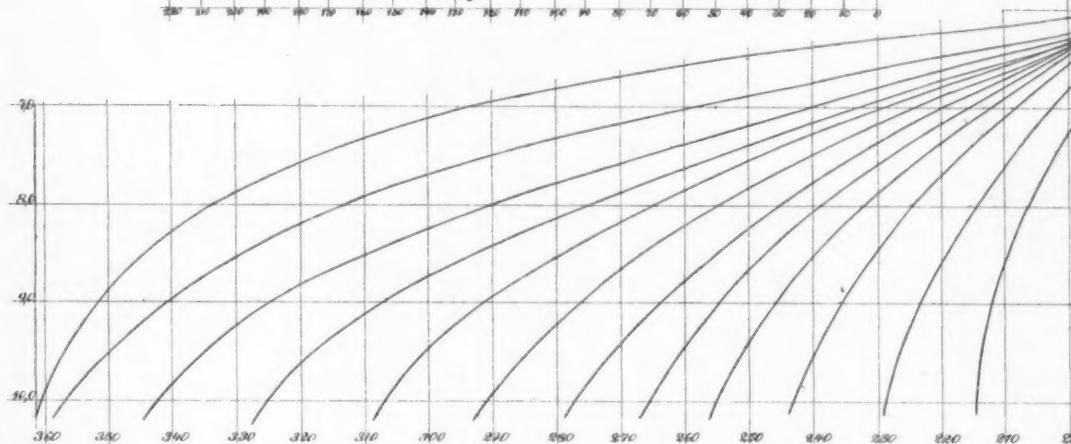
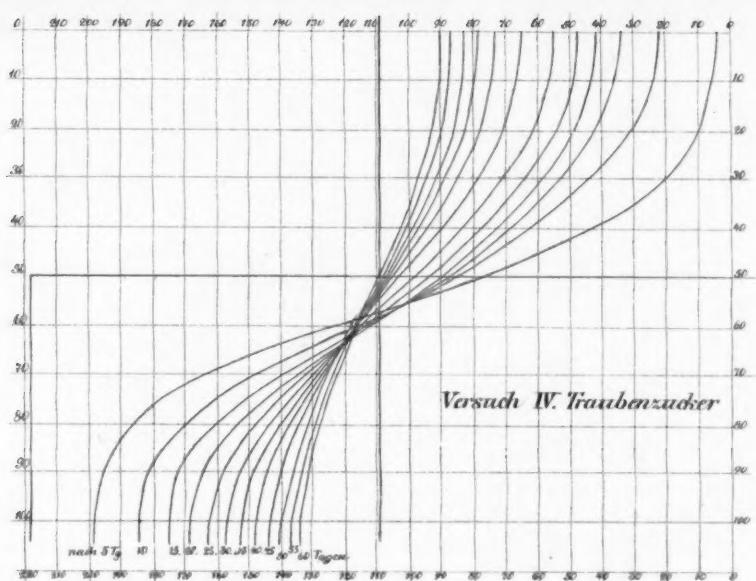
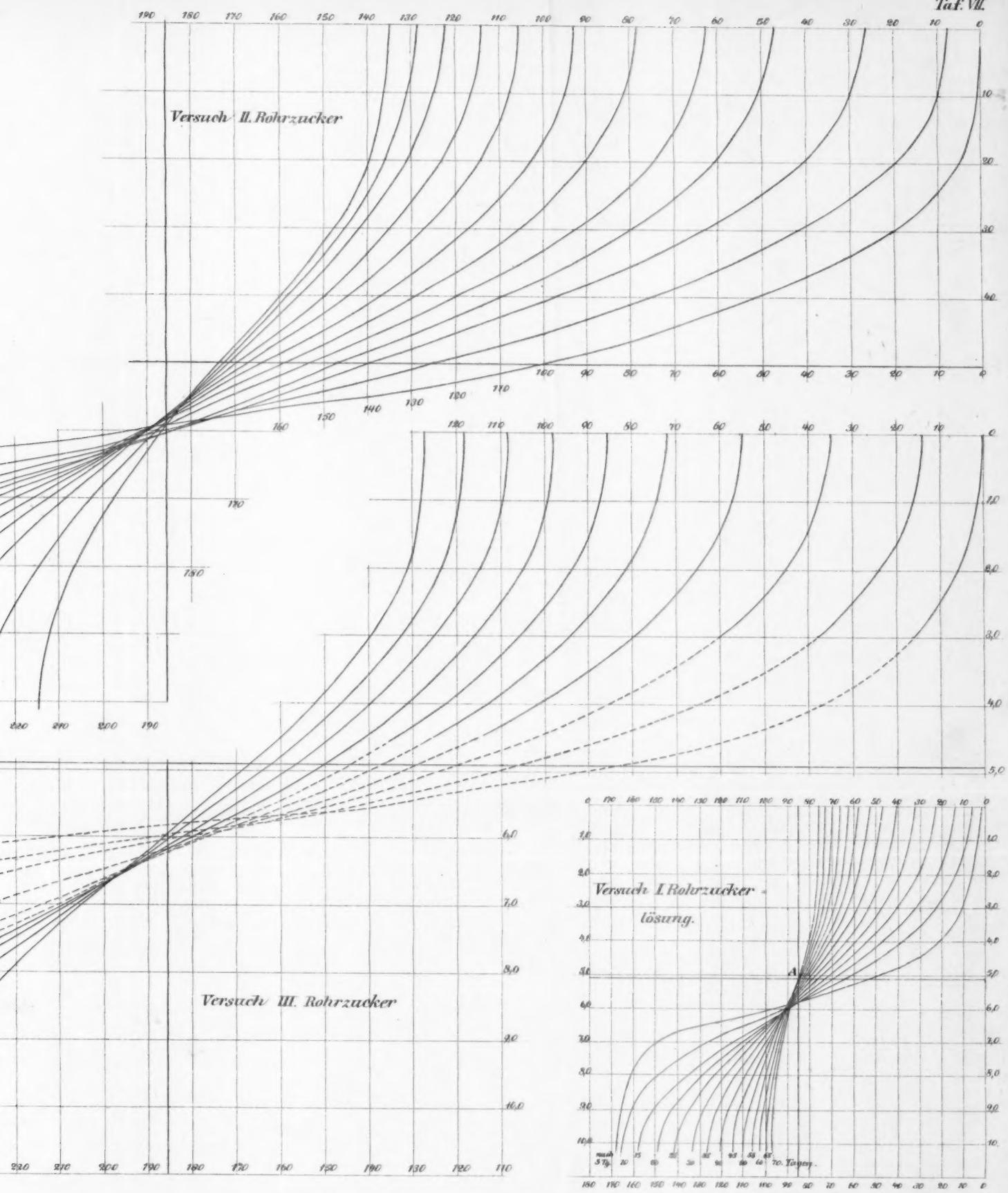


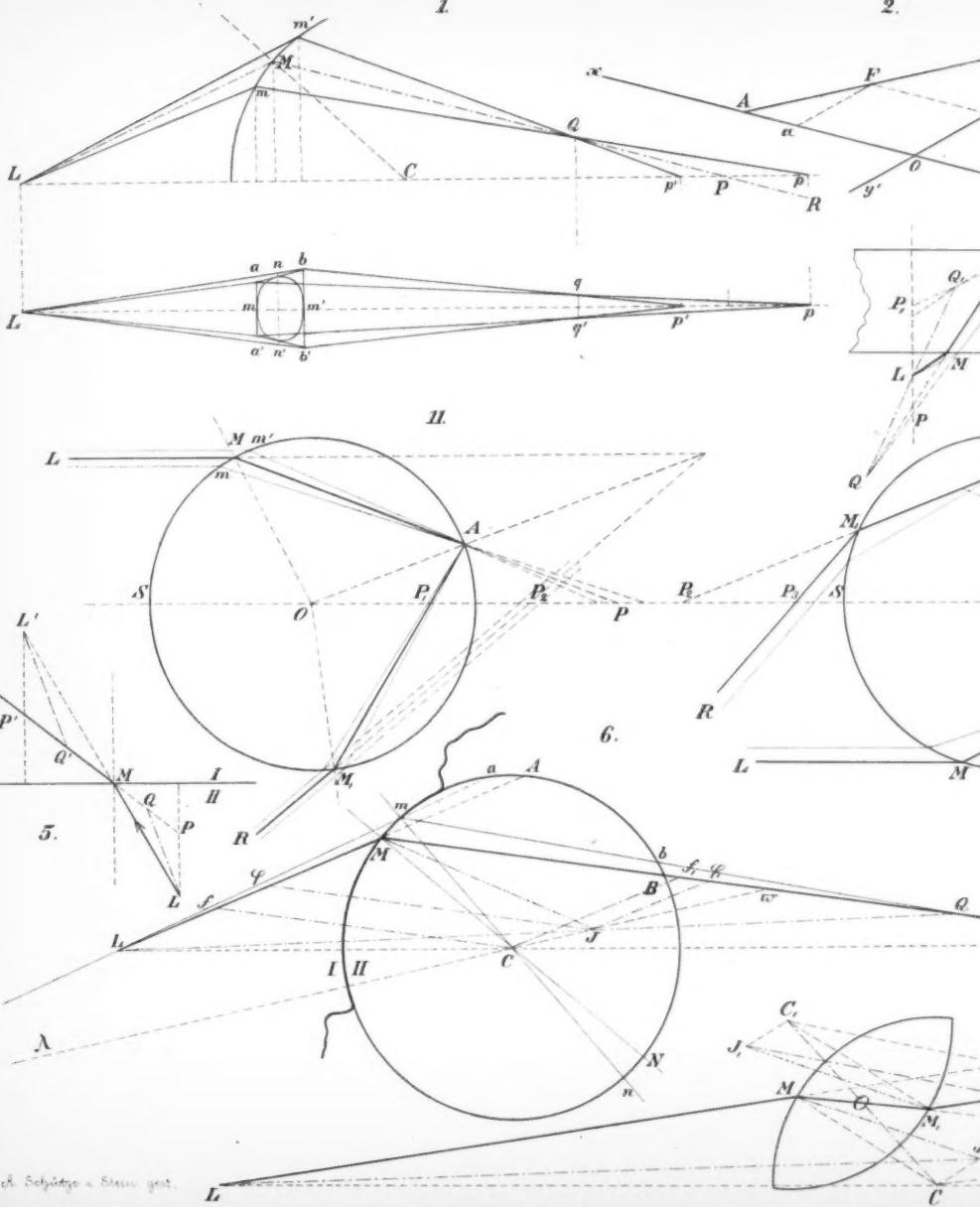
Fig. 7.

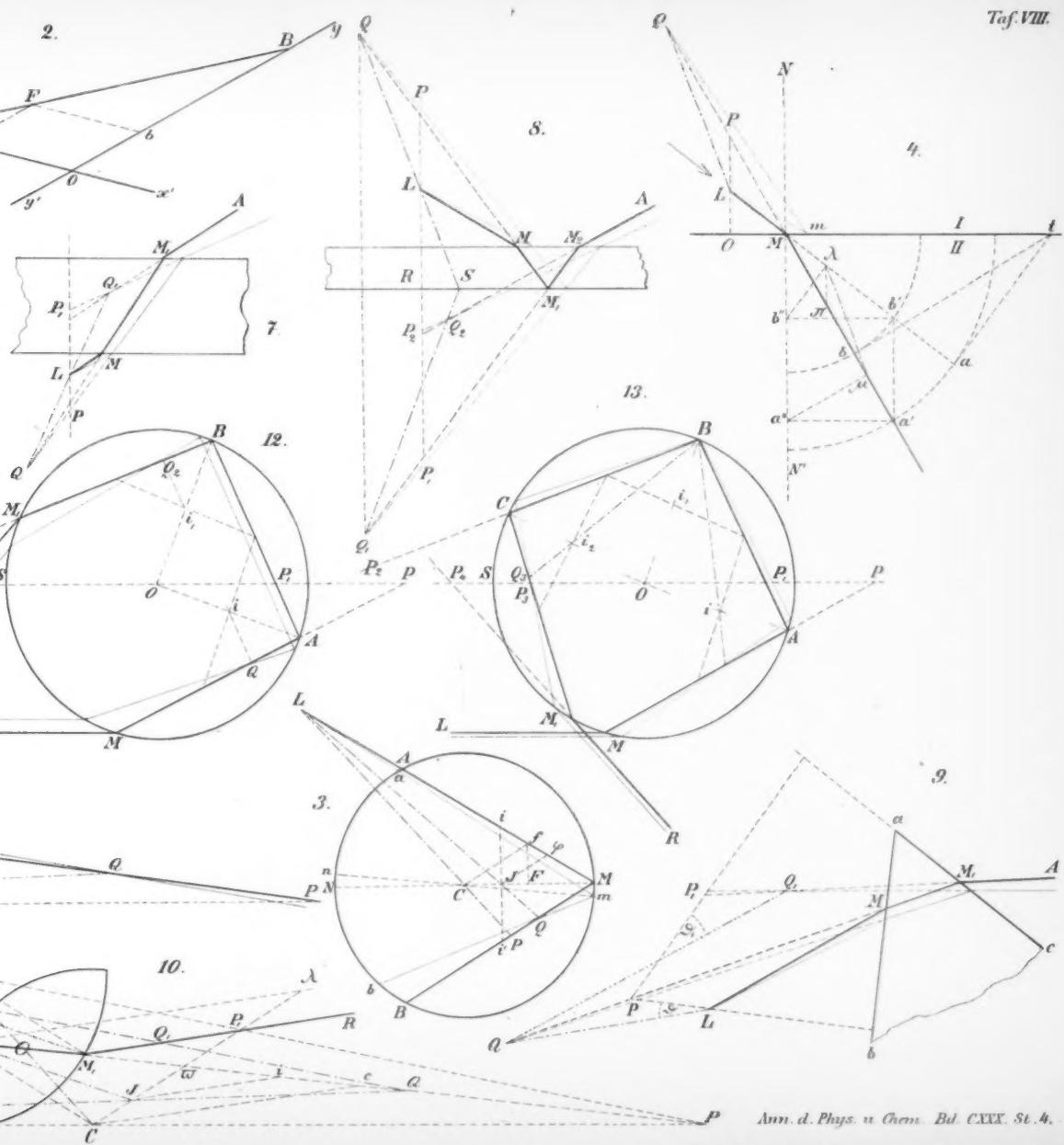


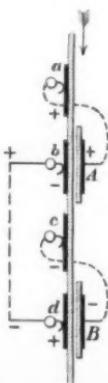
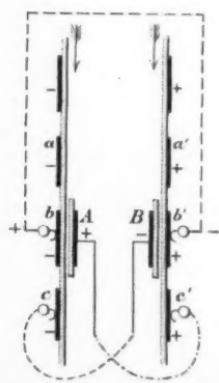
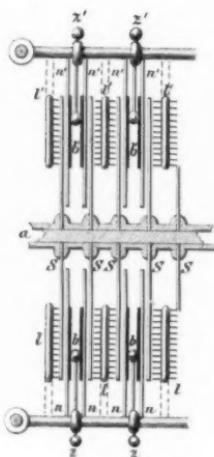
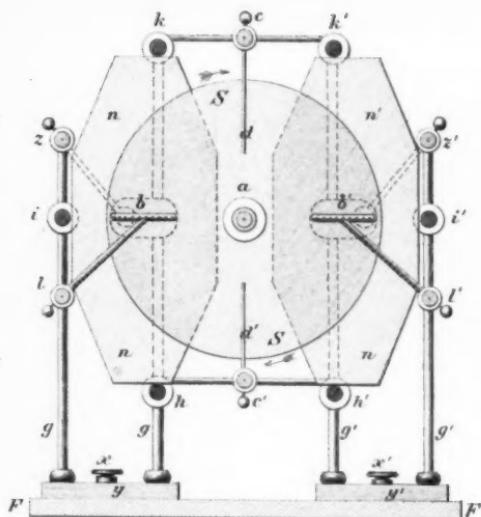


Taf. VII



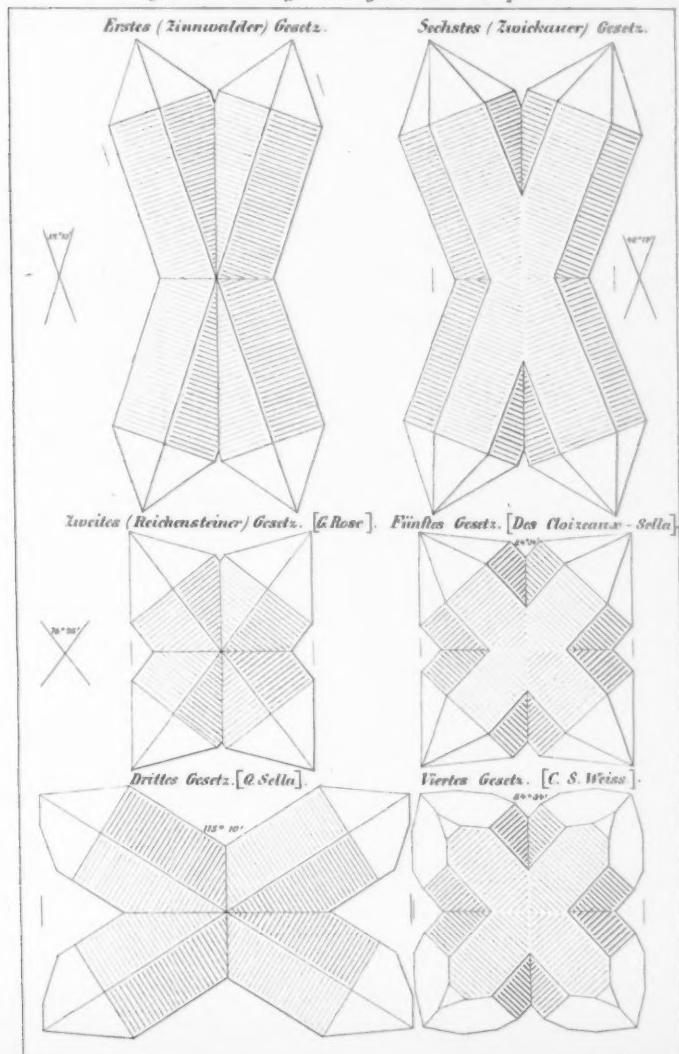






A Schütze in Stein gest. Berlin.

Fig. 6. Schematische Figuren der am Quarze vorkommenden Gesetze regelmässiger Verwachsung mit getrennten Hauptachsen.



3. Tafelgr. fol.

Ann. d. Phys. u. Chem. Bd. CXXX. St. 4.

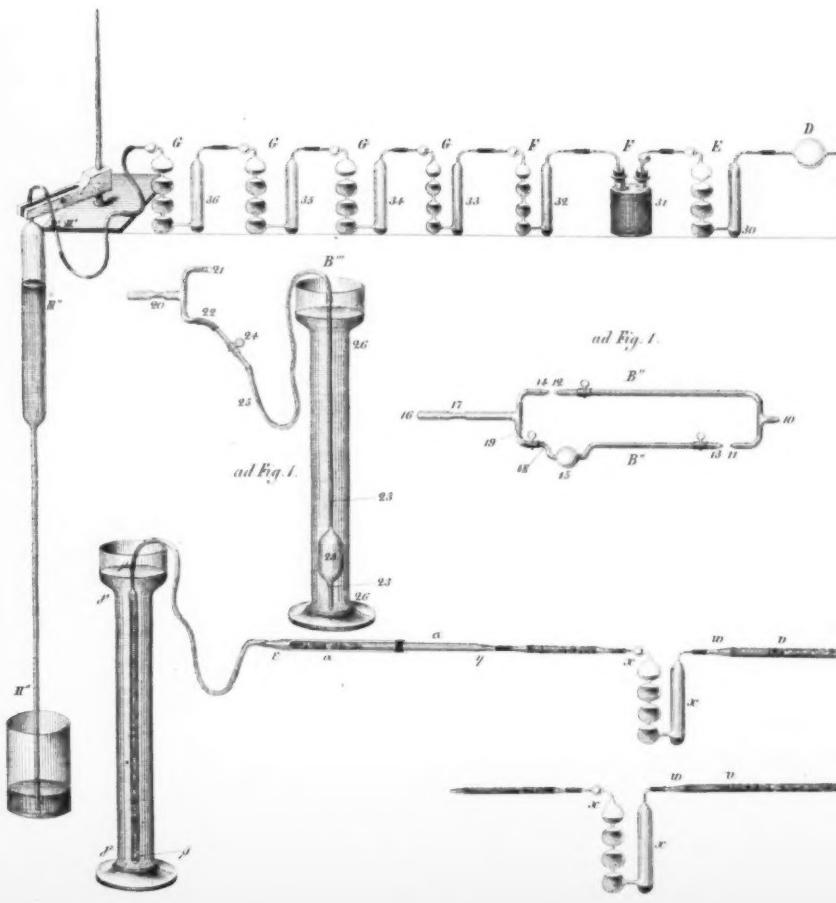
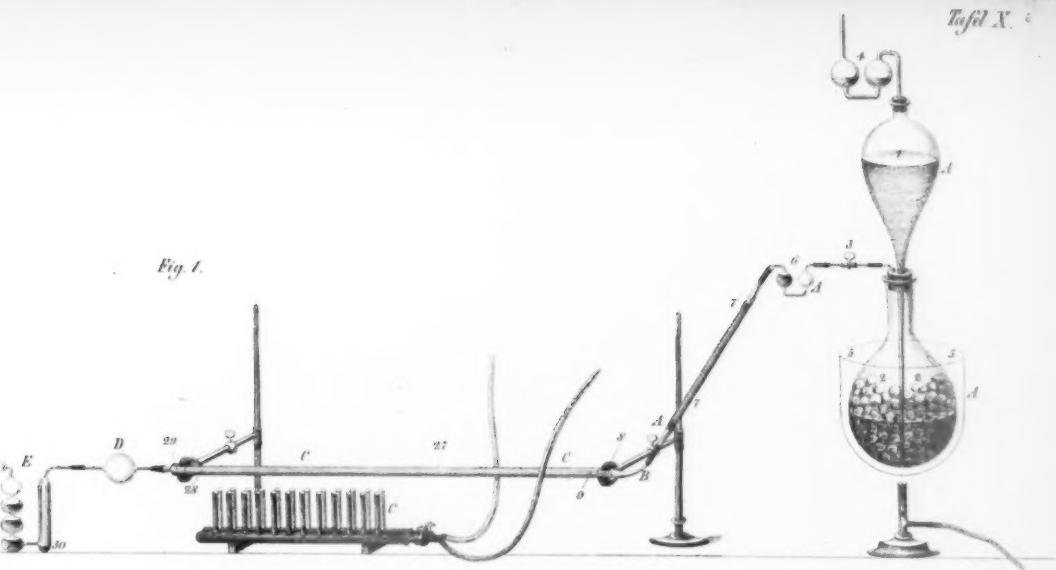


Fig. 1.



ad Fig. 1.

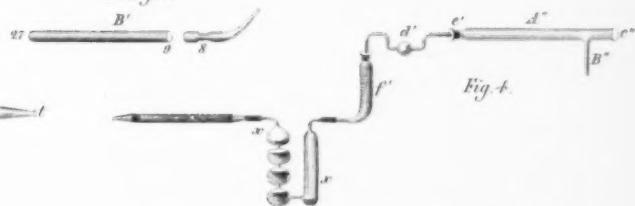


Fig. 4.

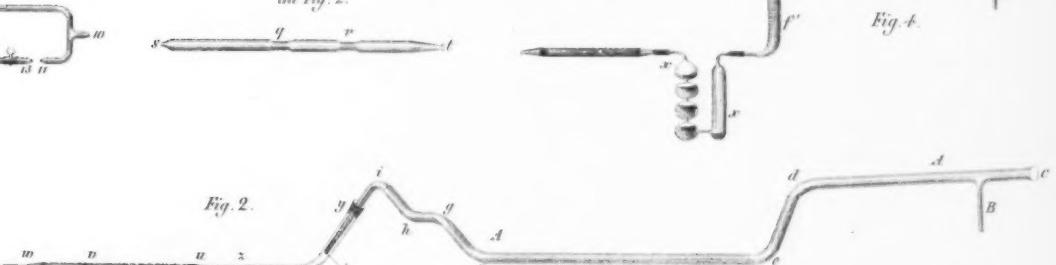


Fig. 2.

Fig. 3.

